பத்தாம் வகுப்பு கணிதம்
சூத்திரங்கள்

அலகு1.உறவுகளும் சார்புகளும்

கார்ட்டீசியன் பெருக்கலின் சேர்ப்புப் பண்பு மீதான பங்கீட்டுப் பண்பு :

$$(A\ X\ (B \cup C) = (A\ X\ B)\ \cup (A\ X\ C)$$

கார்ட்டீசியன் பெருக்கலின் சேர்ப்புப் பண்பு மீதான பங்கீட்டுப் பண்பு :

$$(A\ X\ (B\ \cap C) = (A\ X\ B)\ \cap (A\ X\ C)$$

f , g ஆகியவை ஏதேனும் இரு சார்புகள் எனில், பொதுவாக $f\ o\ g \neq g\ o\ f$.
(சார்புகளின் சேர்ப்பானது பொதுவாக பரிமாற்று விதியைப் பூர்த்தி செய்வதில்லை)

f , g மற்றும் h ஆகியவை ஏதேனும் மூன்று சார்புகள் எனில், பொதுவாக $f\ o\ (g\ o\ h) = (f\ o\ g)\ o\ h$.
(அதாவது மூன்று சார்புகளின் சேர்ப்பானது எப்பொழுதும் சேர்ப்பு விதியைப் பூர்த்தி செய்யும்.)

அலகு – 2 : மெய்யெண்களின் தொடர்வரிசைகளும் தொடர்களும்

- **யூக்ளிடின் வகுத்தல் துணைத் தேற்றம்**

  a மற்றும் b என்பன இரு மிகை முழுக்கள் எனில், $a = bq + r, 0 \leq r < |b|$ என்றவாறு q , r எனும் தனித்த மிகை முழுக்கள் கிடைக்கும்.

- **அடிப்படை எண்ணியல் தேற்றம்**

  எல்லாப் பகு எண்களும் தனித்த பகா எண்களின் பெருக்கற்பலனாகக் காரணிப்படுத்த இயலும், பகா எண்களின் வரிசை மாறலாம்.

- **கூட்டுத்தொடர் வரிசை (A.P)**

  (i) பொது வடிவம் : $a, a+d, a+2d, a+3d, \ldots \ldots \ldots$

  (ii) n – வது உறுப்பு, $t_n = a + (n-1)d$.

  இங்கு n = முதல் உறுப்பு, d = பொது வித்தியாசம் = $t_2 - t_1$

  (iii) உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை, $n = \left(\frac{l-a}{d}\right) + 1$. இங்கு l என்பது கடைசி உறுப்பு.

  (iv) அடுத்தடுத்த மூன்று உறுப்புகள் : $a - d$, a , $a + d$.

  (v) அடுத்தடுத்த நான்கு உறுப்புகள் : $a - 3d$, $a - d$, $a + d, a + 3d$.

  (vi) முதல் n உறுப்புகளின் கூடுதல், (i) $S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$.

  (ii) $S_n = \frac{n}{2}(a + l)$.

அலகு – 3 : இயற்கணிதம்

- **முற்றொருமைகள்.**
  - (i) $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.
  - (ii) $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$.
  - (iii) $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$.
  - (iv) $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$, $a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b)$.
  - (v) $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$, $a^3 - b^3 = (a-b)^3 + 3ab(a-b)$.

- $f(x)$ மற்றும் $g(x)$ என்பன ஏதேனும் இரு பல்லுறுப்புக்கோவைகள் எனில்,
  $f(x)$ x $g(x)$ = மீ.பொ.வ × மீ.பொ.ம.

- **இருபடிச்சமன்பாடுகள்:-**

(i) $ax^2 + bx + c = 0$ என்ற இருபடிச் சமன்பாட்டின் தீர்வு காண உதவும் சூத்திரம்,

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

(ii) இருபடிச் சமன்பாட்டின் மூலங்களின் தன்மை, $\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = b^2 - 4ac$	மூலங்களின் தன்மை
$\Delta > 0$	மெய் மற்றும் சமமற்றவை.
$\Delta = 0$	மெய் மற்றும் சமம்.
$\Delta < 0$	மெய்யற்றவை அல்லது கற்பனையானவை.

(iii) $ax^2 + bx + c = 0$ என்ற இருபடிச் சமன்பாட்டின் மூலங்கள் , α மற்றும் β எனில்,

(1) மூலங்களின் கூடுதல், $\alpha + \beta = \frac{-b}{a}$

(2) மூலங்களின் பெருக்கற்பலன், $\alpha\beta = \frac{c}{a}$

(iv) α மற்றும் β ஆகியவற்றை மூலங்களாகக் கொண்ட ஒரு இருபடிச் சமன்பாட்டின் வடிவம்,

$x^2 -$ (மூலங்களின் கூடுதல்) $x +$ மூலங்களின் பெருக்கற்பலன் = 0.

அதாவது, $x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta = 0$.

(v) **மேலும் சில பயனுள்ள முற்றொருமைகள்:**

(i) $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta$

(ii) $\alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta)$

(iii) $\alpha - \beta = \sqrt{(\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta}$

(iv) $\alpha^4 + \beta^4 = (\alpha^2 + \beta^2)^2 - 2\alpha^2\beta^2$

அலகு - 5 : ஆயத்தொலை வடிவியல்.

- **பிரிவு சூத்திரம்.**

(i) $A(x_1,y_1), B(x_2,y_2)$ என்ற இரு புள்ளிகளுக்கு இடையேயுள்ள தொலைவு,

$$d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

(ii) $A(x_1,y_1), B(x_2,y_2)$ என்ற இரு புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டுத்துண்டை உட்புறமாக $m:n$ என்ற விகிதத்தில் பிரிக்கும் புள்ளி

$$=\left(\frac{mx_2+nx_1}{m+n},\frac{my_2+ny_1}{m+n}\right).$$

(iii) $A(x_1,y_1), B(x_2,y_2)$ என்ற இரு புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டுத்துண்டை வெளிப்புறமாக $m:n$ என்ற விகிதத்தில் பிரிக்கும் புள்ளி

$$=\left(\frac{mx_2-nx_1}{m-n},\frac{my_2-ny_1}{m-n}\right)$$

(iv) $A(x_1,y_1), B(x_2,y_2)$ என்ற இரு புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டுத்துண்டின் நடுப்புள்ளி $=\left(\frac{x_1+x_2}{2},\frac{y_1+y_2}{2}\right)$

(v) $A(x_1,y_1), B(x_2,y_2)$ மற்றும் $C(x_3,y_3)$ ஆகிய புள்ளிகளை உச்சிகளாகக் கொண்ட முக்கோணத்தின் நடுக்கோட்டுமையம், $G=\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3},\frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$

(vi) $A(x_1,y_1), B(x_2,y_2)$ மற்றும் $C(x_3,y_3)$ ஆகிய புள்ளிகளை உச்சிகளாகக் கொண்ட முக்கோணத்தின் பரப்பு, $\Delta=\frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{vmatrix}$

(vii) $A(x_1,y_1), B(x_2,y_2), C(x_3,y_3)$ மற்றும் $6D(x_4,y_4)$ ஆகிய புள்ளிகளை உச்சிகளாகக் கொண்ட நாற்கரத்தின் பரப்பு, $\Delta=\frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_1 \end{vmatrix}$

(viii) $A(x_1,y_1), B(x_2,y_2)$ மற்றும் $C(x_3,y_3)$ ஆகிய புள்ளிகள் ஒரு கோட்டில் அமைவதற்கான கட்டுப்பாடு, $\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{vmatrix}=0.$

ஒரு நேர்க்கோட்டின் சாய்வு.

(i) ஒரு நேர்க்கோட்டின் சாய்வுக்கோணம் θ தரப்படும் போது, சாய்வு, $m=tan\theta$.

(ii) ஒரு நேர்க்கோட்டின் மீதுள்ள இரு புள்ளிகள் தரப்படும் போது, சாய்வு,

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$$

(iii) ஒரு நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு $ax+by+c=0$ தரப்படும் போது, சாய்வு, $m=\frac{-a}{b}$

(iv) இரு நேர்க்கோடுகள் ஒன்றுக்கொன்று இணையானவை எனில் அவற்றின் சாய்வுகள் சமம். அதாவது, $m_1 = m_2$

(v) இரு நேர்க்கோடுகள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தானவை எனில் அவற்றின் சாய்வுகளின் பெருக்கற்பலன் -1 ஆகும். அதாவது, $m_1 \text{x}\, m_2 = -1$

<u>நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு.</u>

(i) x - அச்சின் சமன்பாடு, $y = 0$

(ii) x - அச்சுக்கு இணையான நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு, $y = k$

(iii) y - அச்சின் சமன்பாடு, $x = 0$

(iv) y - அச்சுக்கு இணையான நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு, $x = k$

(v) ஆதிப்புள்ளி வழியாகச் செல்லும் நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு : $y = mx$

(vi) சாய்வு - வெட்டுத்துண்டு அமைப்பு : $y = mx + c$

(vii) சாய்வு - புள்ளி அமைப்பு : $y - y_1 = m(x - x_1)$

(viii) இரு புள்ளிகள் அமைப்பு : $\frac{y-y_1}{y_2-y_1} = \frac{x-x_1}{x_2-x_1}$

(ix) வெட்டுத்துண்டுகள் அமைப்பு : $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

(x) $ax + by + c = 0$ என்ற நேர்க்கோட்டிற்கு இணையான நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு $ax + by + k = 0$ என்ற வடிவில் இருக்கும்.

(xi) $ax + by + c = 0$ என்ற நேர்க்கோட்டிற்கு இணையான நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு $bx - ay + k = 0$ என்ற வடிவில் இருக்கும்.

<u>அலகு – 6 : முக்கோணவியல்.</u>

- **<u>முக்கோணவியல் விகிதங்கள்</u>**

(1) $sin\theta = \frac{\text{எதிர்ப்பக்கம்}}{\text{கர்ணம்}}$

(2) $cos\theta = \frac{\text{அடுத்துள்ள பக்கம்}}{\text{கர்ணம்}}$

(3) $tan\theta = \frac{\text{எதிர்ப்பக்கம்}}{\text{அடுத்துள்ள பக்கம்}}$

- **<u>முக்கோணவியல் அட்டவணை.</u>**

θ	0°	30°	45°	60°	90°
$sin\theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$cos\theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
$tan\theta$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	∞

அலகு – 7 : அளவியல்

(i)

வ. எண்	கன உருவம்	வளைபரப்பு	மொத்தப் பரப்பு	கன அளவு
1	உருளை	$2\pi rh$	$2\pi r(h+r)$	$\pi r^2 h$
2	கூம்பு	πrl	$\pi r(l+r)$	$\frac{1}{3}\pi r^2 h$
3	கோளம்	$4\pi r^2$	$4\pi r^2$	$\frac{4}{3}\pi r^3$
4	அரைக்கோளம்	$2\pi r^2$	$3\pi r^2$	$\frac{2}{3}\pi r^3$
5	இடைக்கண்டம் (வாளி)	$\pi l(R+r)$ $l = \sqrt{h^2+(R-r)^2}$	$\pi l(R+r) +$ $\pi(R^2+r^2)$	$\frac{\pi h}{3}(R^2+r^2+Rr)$
6	உள்ளீடற்ற உருளை	$2\pi(R+r)h$	$2\pi(R+r)(R-r+)h$	$\pi h(R^2-r^2)$
7	உள்ளீடற்ற கோளம்	$4\pi R^2$	$4\pi(R^2+r^2)$	$\frac{4}{3}\pi(R^3-r^3)$
8	உள்ளீடற்ற அரைக்கோளம்	$2\pi(R^2+r^2)$	$\pi(3R^2+r^2)$	$\frac{2}{3}\pi(R^3-r^3)$

(ii) கூம்பின் சாயுயரம், $l = \sqrt{r^2+h^2}$

(iii) கூம்பின் ஆரம், $r = \sqrt{l^2-h^2}$

(iv) கூம்பின் உயரம், $h = \sqrt{l^2-r^2}$

(v) உருக்கி தயாரிக்கப்படும் புதிய கன உருவங்களின் எண்ணிக்கை

$$= \frac{\text{உருக்கப்பட்ட கன உருவத்தின் கன அளவு}}{\text{உருவாக்கப்பட உள்ள ஒரு கன உருவத்தின் கன அளவு}}$$

- **நிகழ்தகவு.**

(i) A என்ற நிகழ்ச்சியின் நிகழ்தகவு, $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$

(ii) உறுதியாகக் கிடைக்கப்பெறும் நிகழ்ச்சியின் நிகழ்தகவு 1 ஆகும். அதாவது, $P(S) = 1$.

(iii) இயலா நிகழ்ச்சியின் நிகழ்தகவு 0 ஆகும். அதாவது, $P(\emptyset) = 0$.

(iv) நிகழ்தகவின் மதிப்பானது எப்பொழுதும் 0 முதல் 1 வரை மட்டுமே இருக்கும். அதாவது, $0 \le P(A) \le 1$.

(v) ஒரு நிகழ்ச்சி நடக்காமல் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு,

$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$ ஆகும்.

அலகு – 1 : உறவுகளும் சார்புகளும்

2 மதிப்பெண்கள்

1.3.கார்டீசியன் பெருக்கல்

1) பயிற்சி - 1.1 - 1(i)

$A = \{2, -2, 3\}$ மற்றும் $B = \{1, -4\}$ எனில் $A \, X \, B$, $A \, X \, A$ மற்றும் B X A ஐக் காண்க.

தீர்வு:- **தரவு**, $A = \{2, -2,3\}$ மற்றும் $B = \{1, -1\}$

$A \times B = \{2, -2,3\} \times \{1, -1\}$

$= \{(2,1), (2, -1), (-2,1), (-2, -1), (3,1), (3, -1)\}$

$A \times A = \{2, -2,3\} \times \{2, -2,3\}$

$= \{(2,2), (2, -2), (2,3), (-2,2), (-2, -2), (-2,3), (3,2), (3, -2), (3,3)\}$

$B \times A = \{1, -1\} \times \{2, -2,3\}$

$= \{(1,2), (-1,2), (1, -2), (-1, -2), (1,3), (-1,3)\}$

2) பயிற்சி - 1.1 - 1(ii)

A=B={p, q} எனில் A X B, A X A மற்றும் B X A ஐக் காண்க.

தீர்வு:- **தரவு**, A={p,q} , B={p,q}

AxB= {p,q } x {p,q}

={ (p,p), (p,q), (q,p), q,q) }

AxA= {p,q}x {p,q}

={ (p,p), (p,q),(q,p),(q,q)}

BxA= {p,q} x {p,q}

={ (p,p), (p,q), (q,p), (q,q)}

3) பயிற்சி - 1.1 - 1(iii)

$A = \{m, n\}$; $B = \emptyset$ எனில் $A \, X \, B$, $A \, X \, A$ மற்றும் B X A ஐக் காண்க.

தீர்வு:- **தரவு**, $A = \{m, \ n\}$ மற்றும் $B = \emptyset = \{ \}$

$A \times B = \{m,n\} \times \{ \}$

$= \{ \}$

$A \times A = \{m,n\} \times \{m,n\}$

$= \{(m,m), (m,n), (n,m), (n,n)\}$

$B \times A = \{ \} \times \{m,n\}$

$= \{ \}$

4) பயிற்சி - 1.1 (2)

$A = \{1, 2, 3\}$ மற்றும் $B = \{x \,/\, x$ என்பது 10 - ஐ விடச் சிறிய பகா எண்} எனில், $A \, X \, B$ மற்றும் B X A ஆகியவற்றைக் காண்க.

தீர்வு:-

தரவு, $A = \{1,2,3\}$ மற்றும் $B = \{2,3,5,7\}$

$A \times B = \{1,2,3\} \times \{2,3,5,7\}$

$= \{(1,2), (1,3), 1,5), (1,7), (2,2), (2,3), (2,5), (2,7), (3,2), (3,3), (3,5), (3,7)\}$

$B \times A = \{2,3,5,7\} \times \{1,2,3\}$

$= \{(2,1), (2,2), (2,3), (3,1), (3,2), (3,3), (5,1), (5,2), (5,3), (7,1), (7,2), (7,3)\}$

5) எ.கா : 1.2

$A \, X \, B = \{(3, 2), (3, 4), (5, 2), (5, 4)\}$ எனில் A மற்றும் B - ஐக் காண்க.

தீர்வு:-

தரவு, $A \times B = \{(3,2), (3,4), (5,2), (5,4)\}$

$\therefore A = \{3,5\}$ மற்றும் $B = \{2,4\}$

6) பயிற்சி - 1.1 (3)

$B \, X \, A = \{(-2, 3), (-2, 4), (0, 3), (0, 4), (3, 3), (3, 4)\}$ எனில் A மற்றும் B ஆகியவற்றைக் காண்க.

தீர்வு:-

தரவு, $B \times A = \{(-2,3), (-2,4), (0,3), (0,4), (3,3), (3,4)\}$

$\therefore A = \{-2,0,3\}$ மற்றும் $B = \{3,4\}$

1.4.உறவுகள்

1) **எ.கா : 1.4**

$A = \{3, 4, 7, 8\}$ மற்றும் $B = \{1, 7, 10\}$ எனில் கீழ் உள்ள கணங்களில் எவை A -இருந்து B – க்கு ஆன உறவைக் குறிக்கின்றது?

(i) $R_1 = \{(3, 7), (4, 7), (7, 10), (8, 1)\}$

(ii) $R_2 = \{(3, 1), (4, 12)\}$

(iii) $R_3 = \{(3, 7), (4, 10), (7, 7), (7, 8), (8, 11), (8, 7), (8, 10)\}$

தீர்வு:-

தரவு, $A = \{3,4,7,8\}$ மற்றும் $B = \{1,7,10\}$

$A \times B = \{3,4,7,8\} \times \{1,7,10\}$

$= \{(3,1), (3,7), (3,10), (4,1), (4,7), (4,10), (7,1), (7,7), (7,10), (8,1), (8,7), (8,10)\}$

(i) $R_1 = \{(3,7), (4,7), (7,10), (8,1)\}$

இங்கு, $R_1 \subseteq A \times B$

$\therefore R_1$ ஆனது A -இருந்து B – க்கு ஆன உறவு ஆகும்.

(ii) $R_2 = \{(3,1), (4,12)\}$

இங்கு, $(4,12) \in R_2$ ஆனால் $(4,12) \notin A \times B$

$\therefore R_2$ ஆனது A -இருந்து B – க்கு ஆன உறவு இல்லை.

(iii) $R_3 = \{(3,7), (4,10), (7,7), (7,8), (8,11), (8,7), (8,10)\}$

இங்கு, $(7,8) \in R_3$ ஆனால் $(7,8) \notin A \times B$

$\therefore R_3$ ஆனது A -இருந்து B – க்கு ஆன உறவு இல்லை.

2) **பயிற்சி - 1.2 (1)**

$A = \{1, 2, 3, 7\}$ மற்றும் $B = \{3, 0, -1, 7\}$ எனில் கீழ் உள்ள கணங்களில் எவை A –லிருந்து B – க்கான உறவுகளாகும்?

(i) $R_1 = \{(2, 1), (7, 1)\}$

(ii) $R_2 = \{(-1, 1)\}$

(iii) $R_3 = \{(2, -1), (7, 7), (1, 3)\}$

(iv) $R_4 = \{(7, -1), (0, 3), (3, 3), (0, 7)\}$

தீர்வு:-

தரவு, $A = \{1,2,3,7\}$ மற்றும் $B = \{3,0,-1,7\}$

$A \times B = \{1,2,3,7\} \times \{3,0,-1,7\}$

$= \{(1,3), (1,0), (1,-1), (1,7), (2,3), (2,0), (2,-1), (2,7), (3,3), (3,0), (3,-1), (3,7), (7,3), (7,0), (7,-1), (7,7)\}$

(i) $R_1 = \{(2,1), (7,1)\}$

இங்கு, $(2,1) \in R_1$ ஆனால் $(2,1) \notin A \times B$

$\therefore R_1$ ஆனது A -இருந்து B – க்கு ஆன உறவு இல்லை.

(ii) $R_2 = \{(-1,1)\}$

இங்கு, $(-1,1) \in R_2$ ஆனால் $(-1,1) \notin A \times B$

$\therefore R_2$ ஆனது A -இருந்து B – க்கு ஆன உறவு இல்லை.

(iii) $R_3 = \{(2,-1), ((7,7), (1,3)\}$

இங்கு, $R_3 \subseteq A \times B$

$\therefore R_3$ ஆனது A -இருந்து B – க்கு ஆன உறவு ஆகும்.

(iv) $R_4 = \{(7,-1), (0,3), (3,3), (0,7)\}$

இங்கு, $(0,3) \in R_3$ ஆனால் $(0,3) \notin A \times B$

$\therefore R_4$ ஆனது A -இருந்து B – க்கு ஆன உறவு இல்லை..

3) **பயிற்சி - 1.2 (3)**

R என்ற உறவு $\{(x, y) / y = x + 3, x \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}\}$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இதன் மதிப்பகத்தையும் வீச்சகத்தையும் காண்க.

தீர்வு:-

தரவு, $\boldsymbol{R} = \{(x, y) | y = x + 3, x \in \{0,1,2,3,4.5\}\}$

$x = 0$ எனில் $y = 0 + 3 = 3$ $\quad$ $x = 1$ எனில் $y = 1 + 3 = 4$

$x = 2$ எனில் $y = 2 + 3 = 5$ $\quad$ $x = 3$ எனில் $y = 3 + 3 = 6$

$x = 4$ எனில் $y = 4 + 3 = 7$ $\quad$ $x = 5$ எனில் $y = 5 + 3 = 8$

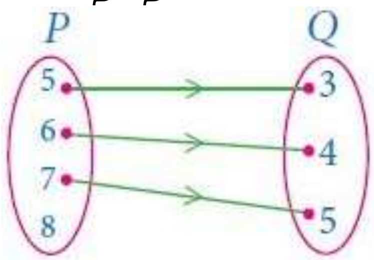
$\therefore R = \{(0,3), (1,4), (2,5), (3,6), (4,7), (5,8)$

இங்கு,R ன் மதிப்பகம் $= \{0,1,2,3,4,5\}$

R ன் வீச்சகம் $= \{3,4,5,6,7,8\}$

4) **எ.கா : 1.5**

படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ள அம்புக்குறிப் படமானது P மற்றும் Q கணங்களுக்கான உறவைக் குறிக்கின்றது. இந்த உறவை **(i)** கணக்கட்டமைப்பு முறை **(ii)** பட்டியல் முறைகளில் எழுதுக. **(iii)** R –ன் மதிப்பகம் மற்றும் வீச்சகத்தைக் காண்க.



தீர்வு:-

(i) **கணக்கட்டமைப்பு முறை**:-

$$R = \{(x,y) / \ y = x - 2, x \in P, y \in Q$$

(ii) **பட்டியல் முறை**:-

$$R = \{(5,3),(6,4),(7,5)\}$$

(iii) **கணக்கட்டமைப்பு முறை**:-

R –ன் மதிப்பகம் $= \{5,6,7\}$

R –ன் வீச்சகம் $= \{3,4,5\}$

5) **பயிற்சி - 1.2 (5)**

ஒரு நிறுவனத்தில் உதவியாளர்கள் (A), எழுத்தர்கள் (C), மேலாளர்கள் (M) மற்றும் நிர்வாகிகள் (E) ஆகிய நான்கு பிரிவுகளில் பணியாளர்கள் உள்ளனர். A, C, M மற்றும் E பிரிவு பணியாளர்களுக்கு ஊதியங்கள் முறையே ரூ.10,000, ரூ.25,000, ரூ.50,000 மற்றும் ரூ.1,00,000 ஆகும். A_1, A_2, A_3, A_4 மற்றும் A_5 ஆகியோர் உதவியாளர்கள், C_1, C_2, C_3, C_4 மற்றும் C_5 ஆகியோர் எழுத்தாளர்கள் M_1, M_2, M_3, M_4 மற்றும் M_5 ஆகியோர்கள் மேலாளர்கள் மற்றும் E_1, E_2, E_3, E_4 மற்றும் E_5 ஆகியோர் நிர்வாகிகள் ஆவர். $x R y$ என்ற உறவில் x என்பது y என்பவருக்குக் கொடுக்கப்பட்ட ஊதியம் எனில் R - என்ற உறவை, வரிசைச் சோடிகள் மூலமாகவும் அம்புக்குரி படம் மூலமாகவும் குறிப்பிடுக.

தீர்வு:-

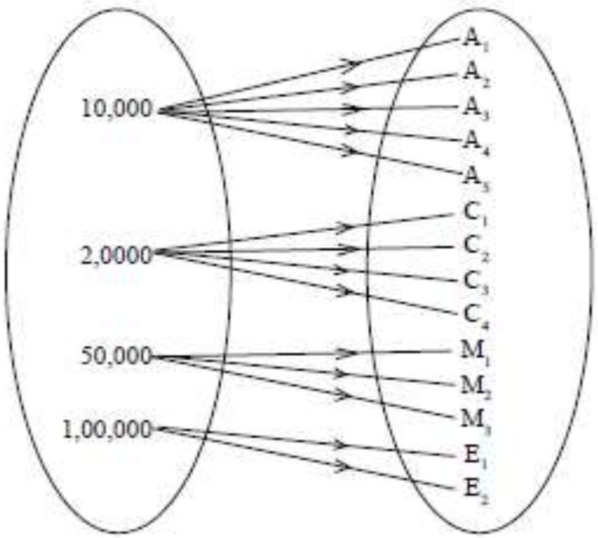
தரவு, ஊதியங்கள் $S = \{10000,25000,50000,100000\}$

பணியாளர்கள் $E = \{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, C_1, C_2, C_3, C_4, M_1, M_2, M_3, E_1, E_2\}$

வரிசைசோடிகள்:-

$R = \{(10000, A_1), (10000, A_2), (10000, A_3), (10000, A_4), (10000, A_5), (25000, C_1), (25000, C_2), (25000, C_3), (25000, C_4)(50000, M_1), (50000, M_2), (50000, M_3), (100000, E_1), (100000, E_2)\}$

அம்புகுறிபடம்:-



2.எண்களும் தொடர் வரிசைகளும்

எ.கா : 2.6 $396, 504, 636$ ஆகியவற்றின் மீ.பொ.வ காண்க.

தீர்வு:-

முதலில் 396 மற்றும் 504 இன் மீ.பொ.வ காண்போம்.

இங்கு, $a = 504$ மற்றும் $b = 396$

$504 = 396 \times 1 + 108$; மீதி $= 108 \neq 0$

$396 = 108 \times 3 + 72$; மீதி $= 72 \neq 0$

$108 = 72 \times 1 + 36$; மீதி $= 36 \neq 0$

$72 = 36 \times 2 + 0$

இங்கு, மீதி $= 0$

ஆகவே, 396 மற்றும் 504 – யின் மீ.பொ.வ $= 36$

இப்பொழுது, 636 மற்றும் 36 இன் மீ.பொ.வ காண்போம்.

இங்கு, $a = 636$ மற்றும் $b = 36$

$636 = 36 \times 17 + 24$; மீதி $= 24 \neq 0$

$36 = 24 \times 1 + 12$; மீதி $= 12 \neq 0$

$24 = 12 \times 2 + 0$

இங்கு, மீதி $= 0$

ஆகவே, 636 மற்றும் 36 – யின் மீ.பொ.வ $= 12$

∴ $396, 504$ மற்றும் 636 இன் மீ.பொ.வ $= 12$

பயிற்சி 2.1

2) ஒரு நபரிடம் 532 பூந்தொட்டிகள் உள்ளன. அவர் வரிசைக்கு 21 பூந்தொட்டிகள் வீதம் அடுக்க விரும்பினார். எத்தனை வரிசைகள் முழுமை பெறும் எனவும் மற்றும் எத்தனை பூந்தொட்டிகல் மீதமிருக்கும் எனவும் காண்க. [PTA-1]

தீர்வு:-

தரவு, வகுபடும் எண், $a = 532$ மற்றும் வகுத்தி, $b = 21$

WKT, யூக்ளிடின் வகுத்தல் துணைத்தேற்றத்தின் படி,

$$a = bq + r, \quad 0 \leq r < b$$

$$\Rightarrow \quad 532 = 21(25) + 7$$

$\Rightarrow$ ஈவு, $q = 25$ மற்றும் மீதி, $r = 7$

	25
21	532
	42
	112
	105
	7

∴ முழுமை பெறும் வரிசைகள் $= 25$

மீதமிருக்கும் பூந்தொட்டிகள் $= 7$

6) யூக்ளிடின் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்திப் பின்வருவனவற்றின் மீ.பொ.வ காண்க.

(i) 340 மற்றும் 412 (ii) 867 மற்றும் 255

(iii) 10224 மற்றும் 9648 (iv) $84, 90$ மற்றும் 120

தீர்வு:-

WKT, யூக்ளிடின் வகுத்தல் துணைத்தேற்றத்தின் படி,

$$a = bq + r, \quad 0 \leq r < b$$

இங்கு, $a =$ வகுபடும் எண், $b =$ வகுத்தி, $q =$ ஈவு, $r =$ மீதி.

(i) **தரவு,** $a = 412$ மற்றும் $b = 340$

$412 = 340 \times 1 + 72$; மீதி $= 72 \neq 0$

$340 = 72 \times 4 + 52$; மீதி $= 52 \neq 0$

$72 = 52 \times 1 + 20$; மீதி $= 20 \neq 0$

$52 = 20 \times 2 + 12$; மீதி $= 12 \neq 0$

$20 = 12 \times 1 + 8$; மீதி $= 8 \neq 0$

$12 = 8 \times 1 + 4$; மீதி $= 4 \neq 0$

$8 = 4 \times 2 + 0$

இங்கு, மீதி $= 0$

ஆகவே, 340 மற்றும் 412 – யின் மீ.பொ.வ $= 4$.

(ii) **தரவு,** $a = 867$ மற்றும் $b = 255$

$867 = 255 \times 3 + 102$; மீதி $= 102 \neq 0$

$255 = 102 \times 2 + 51$; மீதி $= 51 \neq 0$

$102 = 51 \times 2 + 0$

இங்கு, மீதி $= 0$

ஆகவே, 867 மற்றும் 255 – யின் மீ.பொ.வ $= 51$.

(iii) **தரவு,** $a = 10224$ மற்றும் $b = 9648$

$10224 = 9648 \times 1 + 576$; மீதி $= 576 \neq 0$

$9648 = 576 \times 16 + 432$; மீதி $= 432 \neq 0$

$576 = 432 \times 1 + 144$; மீதி $= 144 \neq 0$

$432 = 144 \times 3 + 0$

இங்கு, மீதி $= 0$

ஆகவே, 10224 மற்றும் 9648 – யின் மீ.பொ.வ $= 144$.

(iv) முதலில் 84 மற்றும் 90 இன் மீ.பொ.வ காண்போம்.

இங்கு, $a = 90$ மற்றும் $b = 84$

$90 = 84 \times 1 + 6$; மீதி $= 6 \neq 0$

$84 = 6 \times 14 + 0$

இங்கு, மீதி $= 0$

ஆகவே, 90 மற்றும் 84 – யின் மீ.பொ.வ $= 6$.

பயிற்சி 2.2

4) $13824 = 2^a \times 3^b$ எனில், a மற்றும் b – யின் மதிப்புக் காண்க.

தீர்வு:-

2	13824
2	6912
2	3456
2	1728
2	864
2	432
2	216
2	108
2	54
3	27
3	9
3	3
	1

தரவு, $2^a \times 3^b = 13824$

$\Longrightarrow 2^a \times 3^b = 2^9 \times 3^3$

$\therefore$ $a = 9$ மற்றும் $b = 3$

பயிற்சி 2.4

5) ஒரு தொடர்வரிசையின் பொது உறுப்பு பின்வருமாறு வரையறுக்கப்படுகிறது.

$$a_n = \begin{cases} \frac{n^2-1}{n+3} & ; \; n \in \mathbb{N} \text{ ஓர் இரட்டை எண்} \\ \frac{n^2}{2n+1} & ; \; n \in \mathbb{N} \text{ ஓர் ஒற்றை எண்} \end{cases}$$

a_8 மற்றும் a_{15} ஐக் காண்க.

தீர்வு:-

தரவு, n ஓர் இரட்டை எண் எனில், $a_n = \frac{n^2-1}{n+3}$

n ஓர் ஒற்றை எண் எனில், $a_n = \frac{n^2}{2n+1}$

$$a_8 = \frac{8^2-1}{8+3} = \frac{64-1}{11} = \frac{63}{11}$$

$$a_{15} = \frac{15^2}{2(15)+1} = \frac{225}{30+1} = \frac{225}{31}$$

எ.கா : 2.26 $3, 6, 9, 12, \ldots, 111$ என்ற கூட்டுத்தொடர்வரிசையில் உள்ள உறுப்புகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

தீர்வு:-

தரவு, முதல் உறுப்பு $a = 3$

பொது வித்தியாசம் $d = 6 - 3 = 3$

கடைசி உறுப்பு $l = 111$

WKT, உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை, $n = \left(\frac{l-a}{d}\right) + 1$

$$\therefore \; n = \left(\frac{111-3}{3}\right) + 1$$

$$= \left(\frac{108}{3}\right) + 1$$

$$= 36 + 1$$

$$= 37$$

எனவே, தரப்பட்டுள்ள கூட்டுத்தொடர்வரிசையில் 37 உறுப்புகள் உள்ளன.

எ.கா : 2.10 $a^b \times b^a = 800$ என்றவாறு அமையும் இரு மிகை முழுக்கள் a மற்றும் b ஐக் காண்க.

தீர்வு:-

2	800
2	400
2	200
2	100
2	50
5	25
5	5
	1

தரவு, $a^b \times b^a = 800$

$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5$

$a^b \times b^a = 2^5 \times 5^{a2}$

இதிலிருந்து நாம் பெறுவது,

$a = 2, b = 5$ அல்லது $a = 5, b = 2$

பயிற்சி 2.5

5) $16, 11, 6, 1, \ldots$ என்ற கூட்டுத்தொடர்வரிசையில் -54 என்பது எத்தனையாவது உறுப்பு?

தீர்வு:-

இங்கு, $a = 16$, $d = 11 - 16 = -5$, $l = -54$

WKT, $n = \left(\frac{l-a}{d}\right) + 1$

$$n = \left(\frac{-54 - 16}{-5}\right) + 1$$
$$= \left(\frac{-70}{-5}\right) + 1$$
$$= 14 + 1$$
$$= 15$$

∴ -54 என்பது 15 – வது உறுப்பு ஆகும்.

6) $9, 15, 21, 27, \ldots, 183$ என்ற கூட்டுத்தொடர்வரிசையின் நடு உறுப்புகளைக் காண்க. [PTA-1]

தீர்வு:-

இங்கு, $a = 9$, $d = 15 - 9 = 6$, $l = 183$

WKT, $n = \left(\frac{l-a}{d}\right) + 1$

கூட்டுத்தொடர்வரிசையில் உள்ள உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை,

$$n = \left(\frac{183 - 9}{6}\right) + 1$$
$$= \left(\frac{174}{6}\right) + 1$$
$$= 29 + 1$$

$= 30$, இது ஒரு இரட்டை எண்.

∴ நடு உறுப்பு $= \frac{n}{2}$ - வது உறுப்பு மற்றும் $\left(\frac{n}{2} + 1\right)$ – வது உறுப்பு

$= \frac{30}{2}$ - வது உறுப்பு மற்றும் $\left(\frac{30}{2} + 1\right)$ – வது உறுப்பு

$= 15$ - வது உறுப்பு மற்றும் $(15 + 1)$ – வது உறுப்பு

$= 15$ - வது உறுப்பு மற்றும் 16 – வது உறுப்பு

WKT, $t_n = a + (n-1)d$

15 –வது உறுப்பு,	16 –வது உறுப்பு,
$= t_{15}$	$= t_{16}$
$= a + 14d$	$= a + 15d$
$= 9 + 14(6)$	$= 9 + 15(6)$
$= 9 + 84$	$= 9 + 90$
$= 93$	$= 99$

∴ நடு உறுப்புகள், 93 மற்றும் 99

பயிற்சி 2.5

4) $-11, -15, -19, \ldots$ என்ற கூட்டுத்தொடர்வரிசையின் 19 –வது உறுப்பைக் காண்க. [GMQ]

தீர்வு:-

இங்கு, $a = -11$

$d = -15 - (-11) = -15 + 11 = -4$

$n = 19$

WKT, $t_n = a + (n-1)d$

∴ 19 –வது உறுப்பு, $= t_{19}$

$$= a + (n-1)d$$
$$= -11 + (19 - 1)(-4)$$
$$= -11 + (18)(-4)$$
$$= -11 - 72$$
$$= -83$$

பயிற்சி 2.5

8) $3 + k, 18 - k, 5k + 1$ என்பவை ஒரு கூட்டுத்தொடர்வரிசையில் உள்ளன எனில் k – ன் மதிப்பு காண்க. [PTA-3, PTA-4]

தீர்வு:-

தரவு, $a = 3 + k$, $b = 18 - k$, $c = 5k + 1$

WKT, a, b, c என்பது ஒரு கூட்டுத்தொடர்வரிசையின் தொடர்ச்சியான மூன்று உறுப்புகள் எனில், $2b = a + c$.

$$2(18 - k) = 3 + k + 5k + 1$$
$$36 - 2k = 6k + 4$$
$$-6k - 2k = -36 + 4$$
$$-8k = -32$$
$$k = \frac{-32}{-8}$$
$$k = 4$$

எ.கா : 2.19 பின்வரும் தொடர்வரிசைகளின் அடுத்த மூன்று உறுப்புகளைக் காண்க.

(i) $\frac{1}{2},\frac{1}{6},\frac{1}{10},\frac{1}{14},\ldots$ (ii) $5,2,-1,-4,\ldots$ (iii) $1,0.1,0.01,\ldots$

தீர்வு:-

(i) $\frac{1}{2},\frac{1}{6},\frac{1}{10},\frac{1}{14},\cdots$

இத்தொடர்வரிசையில், தொகுதி ஒரே எண்ணாக உள்ளது. மேலும் அடுத்தடுத்த உறுப்புகளின் பகுதியானது 4 அதிகரிக்கிறது.

எனவே, அடுத்த மூன்று உறுப்புகளானது,

$$a_5=\frac{1}{14+4}=\frac{1}{18}$$

$$a_6=\frac{1}{18+4}=\frac{1}{22}$$

$$a_7=\frac{1}{22+4}=\frac{1}{26}$$

எனவே, அடுத்த மூன்று உறுப்புகள், $\frac{1}{18},\frac{1}{22},\frac{1}{26}$

(ii) $5,2,-1,-4,\ldots$

இத்தொடர்வரிசையில், ஒவ்வொரு உறுப்பிலிருந்தும் 3 ஐக் கழிக்க அடுத்த உறுப்பு கிடைக்கிறது.

எனவே, அடுத்த மூன்று உறுப்புகளானது,

$a_5=-4-3=-7$

$a_6=-7-3=-10$

$a_7=-10-3=-13$

எனவே, அடுத்த மூன்று உறுப்புகள், $-7,-10,-13$

(iii) $1,0.1,0.01,\ldots$

இத்தொடர்வரிசையில், ஒவ்வொரு உறுப்பும் முந்தைய உறுப்பை 10 ஆல் வகுக்கக் கிடைக்கிறது.

எனவே, அடுத்த மூன்று உறுப்புகளானது,

$$a_4=\frac{0.01}{10}=0.001$$

$$a_5=\frac{0.001}{10}=0.0001$$

$$a_6=\frac{0.0001}{10}=0.00001$$

எனவே, அடுத்த மூன்று உறுப்புகள்,

$0.001\,,\,0.0001\,,\,0.00001$

3–இயற்கணிதம்

எடுத்துக்காட்டு 3.2 தீர்க்க $2x-3y=6\,,\,x+y=1$

தீர்வு

$2x-3y=6$

$x+y=1$

$(1)\times 1 \Rightarrow 2x-3y=6$

$(2)\times 2 \Rightarrow 2x+2y=2$

$-5y=4 \Rightarrow y=\frac{-4}{5}$

$y=\frac{-4}{5}$ என (2)-யில் பிரதியிட, $x-\frac{4}{5}=1$

$\Rightarrow x=\frac{9}{5}$

எனவே, $x=\frac{9}{5}\,,\,y=\frac{-4}{5}$.

பயிற்சி 3.2–2 (iv)

$P^2 - 3P + 2, P^2 - 4$ ஆகியவற்றின் மீ. பொ. ம. காண்க

$$p^2 - 3p + 2 = (p-2)(p-1)$$

$$p^2 - 4 = (p-2)(p+2)$$

மீ.பொ.ம $= (p-2)(p-1)(p+2)$

எடுத்துக்காட்டு 3.13 விகிதமுறு கோவைகளை எளிய வடிவில் சுருக்குக

(i) $\frac{x-3}{x^2-9}$ (ii) $\frac{x^2-16}{x^2+8x+16}$

தீர்வு (i) $\frac{x-3}{x^2-9} = \frac{x-3}{(x+3)(x-3)} = \frac{1}{x+3}$

(ii) $\frac{x^2-16}{x^2+8x+16} = \frac{(x+4)(x-4)}{(x+4)^2} = \frac{x-4}{x+4}$

எடுத்துக்காட்டு 3.15 (i) $\frac{x^3}{9y^2}$ -ஐ $\frac{27y}{x^5}$ -ஆல் பெருக்குக.

தீர்வு (i) $\frac{x^3}{9y^2} \times \frac{27y}{x^5} = \frac{3}{x^2y}$

(ii) $\frac{x^4b^2}{x-1}$ -ஐ $\frac{x^2-1}{a^4b^3}$ -ஆல் பெருக்குக.

$$\frac{x^4b^2}{x-1} \times \frac{x^2-1}{a^4b^3} = \frac{x^4 \times b^2}{x-1} \times \frac{(x+1)(x-1)}{a^4 \times b^3}$$

$$= \frac{x^4(x+1)}{a^4b}$$

எடுத்துக்காட்டு 3.16 பின்வருவனவற்றைக் காண்க

(i) $\frac{14x^4}{y} \div \frac{7x}{3y^4}$

$$= \frac{14x^4}{y} \times \frac{3y^4}{7x} = 6x^3y^3$$

(ii) $\frac{x^2-16}{x+4} \div \frac{x-4}{x+4}$

$$= \frac{(x+4)(x-4)}{(x+4)} \times \left(\frac{x+4}{x-4}\right) = x+4$$

(iii) $\frac{16x^2-2x-3}{3x^2-2x-1} \div \frac{8x^2+11x+3}{3x^2-11x-4}$

$$= \frac{16x^2-2x-3}{3x^2-2x-1} \times \frac{3x^2-11x-4}{8x^2+11x+3}$$

$$= \frac{(8x+3)(2x-1)}{(3x+1)(x-1)} \times \frac{(3x+1)(x-4)}{(8x+3)(x+1)}$$

$$= \frac{(2x-1)(x-4)}{(x-1)(x+1)} = \frac{2x^2-9x+4}{x^2-1}$$

எடுத்துக்காட்டு 3.19 கீழ்க்கண்ட கோவைகளின் வர்க்கமூலம் காண்க.

(i) $256(x-a)^8(x-b)^4(x-c)^{16}(x-d)^{20}$

$$\sqrt{256(x-a)^8(x-b)^4(x-c)^{16}(x-d)^{20}}$$

$$= 16\left|(x-a)^4(x-b)^2(x-c)^8(x-d)^{10}\right|$$

(ii) $\frac{144\ a^8 b^{12} c^{16}}{81 f^{12} g^4 h^{14}}$

$$\sqrt{\frac{144a^8b^{12}c^{16}}{81f^{12}g^4h^{14}}} = \left|\frac{12}{9}\frac{a^4b^6c^8}{f^6g^2h^7}\right| = \frac{4}{3}\left|\frac{a^4b^6c^8}{f^6g^2h^7}\right|$$

எடுத்துக்காட்டு 3.27 தீர்க்க $2m^2+19m+30=0$

தீர்வு $2m^2+19m+30 = 2m^2+4m+15m+30 = 2m(m+2)+15(m+2)$
$= (m+2)(2m+15)$

$(m+2)(2m+15)=0$ –யின் காரணிகளைப் பூச்சியத்திற்குச் சமன்படுத்த

$m+2=0 \Rightarrow m=-2$ அல்லது $2m+15=0 \Rightarrow m=\frac{-15}{2}$

மூலங்கள் -2 அல்லது $\frac{-15}{2}$.

<u>காரணிப்படுத்தல் முறையில் பின்வரும் சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க :</u>

<u>பயிற்சி 3.10–1(ii)</u>

$3(p^2-6) = p(p+5)$

$3p^2 - 18 = p^2 + 5p$

$3p^2 - 18 - p^2 - 5p = 0$

$2p^2 - 5p - 18 = 0$ இதை காரணிபடுத்த

$\frac{1}{2}(2p+4)(2p-9) = 0$

$\frac{1}{2}\times 2(p+2)(2p-9) = 0$

$(p+2)(2p-9) = 0$

$(p+2) = 0$ அல்லது $(2p-9) = 0$

$\therefore \quad p = -2$ அல்லது $p = \frac{9}{2}$

மூலங்கள் $-2, \ \frac{9}{2}$

<u>பயிற்சி 3.10–1(iii)</u>

$\sqrt{a(a-7)} = 3\sqrt{2}$

இருபுறமும் வர்க்கப்படுத்த $a(a-7) = 9\times 2$

$a^2 - 7a = 18$

$a^2 - 7a - 18 = 0$ இதை காரணிபடுத்த

$\frac{1}{1}(a+2)(a-9) = 0$

$(a+2)(a-9) = 0$

$(a+2) = 0$ அல்லது $(a-9) = 0$

$\therefore \quad a = -2$ அல்லது $a = 9$

மூலங்கள் $-2, \ 9$

<u>பயிற்சி 3.10–2</u>

n அணிகள் பங்குபெறும் ஒரு கையுந்து விளையாட்டு (*Volley ball*) போட்டியில் ஒவ்வோர் அணியும் மற்ற அனைத்து அணிகளோடும் விளையாட வேண்டும். 15 போட்டிகள் கொண்ட தொடரில் மொத்தப் போட்டிகளின் எண்ணிக்கை $G(n)=\frac{n^2-n}{2}$ எனில், பங்கேற்கும் அணிகளின் எண்ணிக்கை எத்தனை?

கொடுக்கப்பட்டது $\frac{n^2-n}{2} = 15$

$n^2 - n = 15\times 2$

$n^2 - n = 30$

$n^2 - n - 30 = 0$ இதை காரணிபடுத்த

$(n+5)(n-6) = 0$

$(n+5) = 0$ அல்லது $(n-6) = 0$

$\therefore \quad n = -5$ அல்லது $n = 6$

மூலங்கள் $-5, \ 6$

அணிகளின் எண்ணிக்கை என்பது எப்போதும் மிகையாகும் எனவே பங்கேற்கும் அணிகளின் எண்ணிக்கை $= 6$

பயிற்சி 3.12

1. ஓர் எண் மற்றும் அவற்றின் தலைகீழி ஆகியவற்றின் வித்தியாசம் $\frac{24}{5}$ எனில் அந்த எண்ணைக் காண்க.

ஓர் எண் x என்க

அதன் தலைகீழி $\frac{1}{x}$ என்க

கொடுக்கப்பட்டது $x-\frac{1}{x}=\frac{24}{5}$

$$\frac{x^2-1}{x}=\frac{24}{5}$$

$$(x^2-1)\times 5 = 24x$$

$$5x^2-5=24x$$

$$5x^2-24x-5=0$$ இதை காரணிபடுத்த

$$\frac{1}{5}(5x-25)(5x+1)=0$$

$$\frac{1}{5}\times 5(x-5)(5x+1)=0$$

$$(x-5)(5x+1)=0$$

$(x-5)=0$ அல்லது $(5x+1)=0$

$\therefore\ x=5$ $\quad x=\frac{-1}{5}$

அந்த எண்கள் $5,\ \frac{-1}{5}$

எ.கா – 3.40

பின்வரும் இருபடிச்சமன்பாடுகளின் மூலங்களின் தன்மையை ஆராய்க.

(i) $x^2-x-20=0$

(ii) $9x^2-24x+16=0$

(iii) $2x^2-2x+9=0$

(i) $x^2-x-20=0$

இங்கு, $a=1,\ b=-1,\ c=-20$

தன்மைகாட்டி, $\Delta=b^2-4ac$

$$\Delta=(-1)^2-4(1)(-20)=81$$

$$\Delta=81>0.$$

எனவே, சமன்பாட்டின் மூலங்கள் மெய் மற்றும் சமமில்லை.

(ii) $9x^2-24x+16=0$

இங்கு, $a=9,\ b=-24,\ c=16$

தன்மைகாட்டி, $\Delta=b^2-4ac=(-24)^2-4(9)(16)=0$

$$\Delta=0.$$

எனவே, சமன்பாட்டின் மூலங்கள் மெய் மற்றும் சமம்.

(iii) $2x^2-2x+9=0$

இங்கு, $a=2,\ b=-2,\ c=9$

தன்மைகாட்டி, $\Delta=b^2-4ac=(-2)^2-4(2)(9)=-68$

$$\Delta=-68<0.$$

எனவே, இருபடிச் சமன்பாட்டிற்கு மெய் மூலங்கள் இல்லை.

பயிற்சி 3.13–2

கொடுக்கப்பட்ட சமன்பாடுகளின் மூலங்கள் மெய் மற்றும் சமம் எனில், k-யின் மதிப்பைக் காண்க. (i) $(5k-6)x^2+2kx+1=0$

$(5k-6)x^2+2kx+1=0$

$a=5k-6\quad b=2k\quad c=1$

மூலங்கள் மெய் மற்றும் சமம் என்பதால் $\Delta=b^2-4ac=0$

$$(2k)^2-4\times(5k-6)\times 1=0$$

$$4k^2-20k+24=0$$ இதை 4 ஆல் வகுக்க

$$k^2-5k+6=0$$ இதை காரணிபடுத்த

$$(k-2)(k-3)=0$$

$(k-2)=0$ அல்லது $(k-3)=0$

$k=2\quad k=3$

$\therefore\ k=2\ ,\ 3$

5.ஆயத்தொலை வடிவியல்

பயிற்சி - 5.1

1) கீழ்க்கண்ட புள்ளிகளால் அமைக்கப்படும் முக்கோணத்தின் பரப்பு காண்க.

(i) $(1,-1),(-4,6)$மற்றும் $(-3,-5)$

தீர்வு:-

(i) $(1,-1),(-4,6)$மற்றும் $(-3,-5)$

தரவு, $(x_1,y_1)=(1,-1)$

$(x_2,y_2)=(-4,6)$

$(x_3,y_3)=(-3,-5)$

∴ முக்கோணத்தின் பரப்பு

$$=\frac{1}{2}\begin{Bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{Bmatrix}$$

$$=\frac{1}{2}\begin{Bmatrix} 1 & -4 & -3 & 1 \\ -1 & 6 & -5 & -1 \end{Bmatrix}$$

$$=\frac{1}{2}(6+20+3-4+18+5\}$$

$$=\frac{1}{2}(52-4)$$

$$=\frac{48}{2}$$

$= 24$ சதுர அலகுகள்

2) கீழ்க்காணும் புள்ளிகள் ஒரே நேர்க்கோட்டில் அமையுமா எனத் தீர்மானிக்கவும்.

(i) $\left(-\frac{1}{2},3\right),(-5,6)$ மற்றும் $(-8,8)$

தீர்வு:-

(i) $\left(-\frac{1}{2},3\right),(-5,6)$ மற்றும் $(-8,8)$

தரவு,

$(x_1,y_1)=\left(-\frac{1}{2},3\right)=(-0.5,3)$

$(x_2,y_2)=(-5,6)$

$(x_3,y_3)=(-8,8)$

∴ முக்கோணத்தின் பரப்பு

$$=\frac{1}{2}\begin{Bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{Bmatrix}$$

$$=\frac{1}{2}\begin{Bmatrix} -0.5 & -5 & -8 & -0.5 \\ 3 & 6 & 8 & 3 \end{Bmatrix}$$

$$=\frac{1}{2}(-3-40-24+15++48+4)$$

$$=\frac{1}{2}(-67+67)$$

$= 0$

எனவே, கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகள் ஒரே நேர்கோட்டில் அமைந்துள்ளன.

எ.கா : 5.8 (i) ஒரு கோட்டின் சாய்வுக்கோணம் 30° எனில், அக்கோட்டின் சாய்வைக் காண்க. (ii) ஒரு கோட்டின் சாய்வு $\sqrt{3}$ எனில், அக்கோட்டின் சாய்வுக்கோணம் காண்க.

தீர்வு:-

(i) **தரவு**, சாய்வுக்கோணம், $\theta = 30^o$

WKT, சாய்வு, $m = tan\theta$

∴ சாய்வு, $m = tan30^o = \frac{1}{\sqrt{3}}$

(ii) **தரவு**, சாய்வு, $m=\sqrt{3}$

WKT, சாய்வு, $m = tan\theta$

$\Rightarrow \sqrt{3} = tan\theta$

∴ $\theta = 60^o$ $\quad [\because tan60^o = \sqrt{3}]$

எ.கா : 5.9 கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகளை இணைக்கும் நேர்க்கோட்டின் சாய்வைக் காண்க.

(i) $(-6,1)$ மற்றும் $(-3,\ 2)$

தீர்வு:-

(i) $(x_1,y_1)=(-6,1)$ மற்றும் $(x_2,y_2)=(-3,\ 2)$

WKT, சாய்வு, $m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

∴ சாய்வு, $m=\frac{2-1}{-3-(-6)}=\frac{1}{-3+6}=\frac{1}{3}$

பயிற்சி 5.2

7) $(-2,a)$ மற்றும் $(9,\ 3)$ என்ற புள்ளிகள் வழிச் செல்லும் நேர்கோட்டின் சாய்வு $\frac{-1}{2}$ எனில், $'a'$ – யின் மதிப்பைக் காண்க.

தீர்வு:-

தரவு,

$$(x_1,y_1)=(-2,a)$$
$$(x_2,y_2)=(9,3)$$
$$m=\frac{-1}{2}$$

WKT, சாய்வு, $m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

$$\frac{-1}{2}=\frac{3-a}{9-(-2)}$$
$$\frac{-1}{2}=\frac{3-a}{9+2}$$
$$\frac{-1}{2}=\frac{3-a}{11}$$
$$-1(11)=2(3-a)$$
$$-11=6-2a$$
$$2a=6+11$$
$$2a=17$$
$$a=\frac{17}{2}$$

8) $(-2,6)$ மற்றும் $(4,8)$ என்ற புள்ளிகள் வழிச் செல்லும் நேர்கோடானது $(8,12)$ மற்றும் $(x,24)$ என்ற புள்ளிகள் வழிச் செல்லும் நேர்கோட்டிற்குச் செங்குத்து எனில், $'x'$ – யின் மதிப்பைக் காண்க. [PTA-6]

தீர்வு:-

$(-2,6)$ மற்றும் $(4,8)$ என்ற புள்ளிகள் வழிச் செல்லும் நேர்கோட்டின் சாய்வு,

$$m_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{8-6}{4-(-2)}=\frac{2}{4+2}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$$

$(8,12)$ மற்றும் $(x,24)$ என்ற புள்ளிகள் வழிச் செல்லும் நேர்கோட்டின் சாய்வு,

$$m_2=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{24-12}{x-8}=\frac{12}{x-8}$$

WKT, இரு நேர்கோடுகள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தானவை எனில்,

$$m_1 \text{ x } m_2=-1$$
$$\frac{1}{3}\text{ x }\frac{12}{x-8}=-1$$
$$\frac{4}{x-8}=-1$$
$$4=-(x-8)$$
$$4=-x+8$$
$$x=8-4$$
$$x=4$$

எ.கா : 5.18 பின்வரும் விவரங்களைப் பயன்படுத்தி நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு காண்க.

(ii) சாய்வுக்கோணம் 45° மற்றும் y-வெட்டுத் துண்டு 11

தரவு, சாய்வுக்கோணம், $\theta=45^o$ மற்றும்
y-வெட்டுத் துண்டு, $c=11$

WKT, சாய்வு, $m=tan\theta$

∴ சாய்வு, $m=tan45^o=1$

WKT, சாய்வு - வெட்டுத்துண்டு அமைப்பில் நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு, $y=mx+c$ ஆகும்.

∴ தேவையான நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு,

$$y=1x+11$$
$$x-y+11=0$$

எ.கா : 5.19 $8x-7y+6=0$ என்ற கோட்டின் சாய்வு மற்றும் y-வெட்டுத் துண்டு ஆகியவற்றைக் காண்க.

தீர்வு:-

தரப்பட்டுள்ள நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு, $8x-7y+6=0$

$$-7y=-8x-6$$
$$7y=8x+6$$
$$y=\frac{8}{7}x+\frac{6}{7}$$

இதனை $y=mx+c$ உடன் ஒப்பிடும் போது,

சாய்வு, $m=\frac{8}{7}$ மற்றும் y -வெட்டுத்துண்டு, $c=\frac{6}{7}$

எ.கா : 5.21 $(3,-4)$ என்ற புள்ளியின் வழி செல்வதும், $\frac{-5}{7}$ - ஐ சாய்வாக உடையதுமான நேர்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

தீர்வு:-

தரவு, $(x_1,y_1)=(3,-4)$ மற்றும் சாய்வு, $m=\frac{-5}{7}$

WKT, சாய்வு - புள்ளி அமைப்பில் நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு,

$$y-y_1=m(x-x_1)$$

∴ தேவையான நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு,

$$y-(-4)=\frac{-5}{7}(x-3)$$
$$7(y+4)=-5(x-3)$$
$$7y+28=-5x+15$$
$$7y+28+5x-15=0$$
$$5x+7y+13=0$$

எ.கா : 5.23 $(5,-3)$ மற்றும் $(7,-4)$ என்ற இரு புள்ளிகள் வழிச் செல்லும் நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு காண்க.

தீர்வு:-

தரவு, $(x_1,y_1)=(5,-3)$ மற்றும் $(x_2,y_2)=(7,-4)$

WKT, இரு புள்ளிகள் அமைப்பில் நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு,

$$\frac{y-y_1}{y_2-y_1}=\frac{x-x_1}{x_2-x_1}$$

∴ தேவையான நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு,

$$\frac{y-(-3)}{-4-(-3)}=\frac{x-5}{7-5}$$
$$\frac{y+3}{-4+3}=\frac{x-5}{2}$$
$$\frac{y+3}{-1}=\frac{x-5}{2}$$
$$2(y+3)=-1(x-5)$$
$$2y+6=-x+5$$
$$2y+6+x-5=0$$
$$x+2y+1=0$$

எ.கா : 5.26 $4x-9y+36=0$ என்ற நேர்கோடு ஆய அச்சுகளில் ஏற்படுத்தும் வெட்டுத்துண்டுகளைக் காண்க.

தீர்வு:-

தரப்பட்டுள்ள நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு, $4x-9y+36=0$

$$4x-9y=-36$$
$$\frac{4x-9y}{-36}=1$$
$$\frac{4x}{-36}-\frac{9y}{-36}=1$$
$$\frac{x}{-9}+\frac{y}{4}=1$$

இதனை $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$ உடன் ஒப்பிடும் போது,

x - வெட்டுத்துண்டு, $a=-9$ மற்றும்

y - வெட்டுத்துண்டு, $b=4$

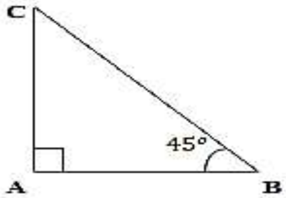
பயிற்சி 5.3

6) $(19,3)$ என்ற புள்ளியை அடியாகக் கொண்ட குன்றானது முக்கோண வடிவில் உள்ளது. தரையுடன் குன்று ஏற்படுத்தும் சாய்வுக்கோணம் 45° எனில், குன்றின் அடி மற்றும் உச்சியை இணைக்கும் கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க. [PTA-2]

தீர்வு:-

தரவு,
சாய்வுக்கோணம்,

$$\theta=45^o$$



WKT, சாய்வு, $m=tan\theta$

$$\therefore\ m=tan45^o=1$$
$$(x_1,y_1)=B(19,3)$$

தேவையான நேர்க்கோடு, BC – ன் சமன்பாடு,

$$y-y_1=m(x-x_1)$$
$$y-3=1(x-19)$$
$$y-3=x-19$$
$$x-19-y+3=0$$
$$x-y-16=0$$

12) கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள x, y வெட்டுத்துண்டுகளைக் கொண்ட நேர்க்கோடுகளின் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

(i) $4, -6$

(ii) $-5, \frac{3}{4}$

தீர்வு:-

(i) **தரவு,** x - வெட்டுத்துண்டு, $a = 4$

y - வெட்டுத்துண்டு, $b = -6$

WKT, வெட்டுத்துண்டுகள் அமைப்பில் நேர்கோட்டின் சமன்பாடு,

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

∴ தேவையான நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு,

$$\frac{x}{4} + \frac{y}{-6} = 1$$

$$\frac{x}{4} - \frac{y}{6} = 1$$

$$\frac{3x - 2y}{12} = 1$$

$$3x - 2y = 12$$

$$3x - 2y - 12 = 0$$

(ii) **தரவு,** x - வெட்டுத்துண்டு, $a = -5$

y - வெட்டுத்துண்டு, $b = \frac{3}{4}$

WKT, வெட்டுத்துண்டுகள் அமைப்பில் நேர்கோட்டின் சமன்பாடு,

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

∴ தேவையான நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு,

$$\frac{x}{-5} + \frac{y}{\frac{3}{4}} = 1$$

$$\frac{x}{-5} + \frac{4y}{3} = 1$$

$$\frac{-x}{5} + \frac{4y}{3} = 1$$

$$\frac{-3x + 20y}{15} = 1$$

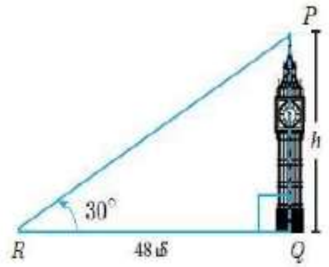
$$-3x + 20y = 15$$

$$3x - 20y + 15 = 0$$

6.முக்கோணவியல்

எ.கா-6.19 ஒரு கோபுரம் தரைக்குச் செங்குத்தாக உள்ளது. கோபுரத்தின் அடிப்பகுதியிலிருந்து தரையில் 48 மீ, தொலைவில் உள்ள ஒரு புள்ளியிலிருந்து கோபுர உச்சியின் ஏற்றக்கோணம் 30° எனில், கோபுரத்தின் உயரத்தைக் காண்க.

தீர்வு:-



$PQ =$ கோபுரத்தின் உயரம் $= h$ என்க.

செங்கோண ΔPQR – இல்,

$$tan30^o = \frac{\text{எதிர்ப்பக்கம்}}{\text{அடுத்துள்ள பக்கம்}} = \frac{PQ}{QR}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{48}$$

$$\frac{48}{\sqrt{3}} = h$$

$$h = \frac{3 \text{ x } 16}{\sqrt{3}}$$

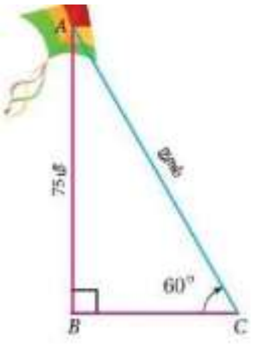
$$h = \frac{\sqrt{3} \text{ x } \sqrt{3} \text{ x } 16}{\sqrt{3}}$$

$$h = 16\sqrt{3} \text{ மீ}$$

∴ கோபுரத்தின் உயரம் $= 16\sqrt{3}$ மீ

எ.கா-6.20 தரையிலிருந்து ஒரு பட்டம் 75 மீ உயரத்தில் பறக்கிறது. ஒரு நூல் கொண்டு தற்காலிகமாகத் தரையின் ஒரு புள்ளியில் பட்டம் கட்டபட்டுள்ளது. நூல் தரையுடன் ஏற்படுத்தும் சாய்வுக்கோணம் 60° எனில், நூலின் நீளம் காண்க. (நூலை ஒரு நேர்க்கோடாக எடுத்துக்கொள்ளவும்)

தீர்வு:-



$AB =$ தரையிலிருந்து பட்டம் பறக்கும் உயரம்

$= 75$ மீ

$AC =$ நூலின் நீளம் $= x$ என்க.

செங்கோண ΔPQR – இல்,

$$sin60^o = \frac{\text{எதிர்ப்பக்கம்}}{\text{கர்ணம்}} = \frac{AB}{AC}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{75}{x}$$

$$x = \frac{75 \text{ x } 2}{\sqrt{3}}$$

$$x = \frac{150}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$x = \frac{150\sqrt{3}}{\sqrt{3}^2}$$

$$x = \frac{150\sqrt{3}}{3}$$

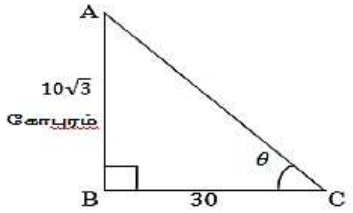
$$h = 50\sqrt{3} \text{ மீ}$$

∴ நூலின் நீளம் $= 50\sqrt{3}$ மீ

பயிற்சி 6.2

1) $10\sqrt{3}$ மீ உயரமுள்ள கோபுரத்தின் அடியிலிருந்து 30 மீ தொலைவில் தரையில் உள்ள ஒரு புள்ளியிலிருந்து கோபுரத்தின் உச்சியின் ஏற்றக்கோணத்தைக் காண்க. [PTA-2]

தீர்வு:-



$AB =$ கோபுரத்தின் உயரம் $= 10\sqrt{3}$ மீ

$BC =$ கோபுரத்தின் அடியிலிருந்து புள்ளி வரை உள்ள தூரம் $= 30$ மீ

$\theta =$ கோபுரத்தின் உச்சியின் ஏற்றக்கோணம்

செங்கோண ΔABC – இல், $tan\theta = \frac{\text{எதிர்ப்பக்கம்}}{\text{அடுத்துள்ள பக்கம்}} = \frac{AB}{BC}$

$$tan\theta = \frac{10\sqrt{3}}{30}$$

$$tan\theta = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$tan\theta = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}\sqrt{3}}$$

$$tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\theta = 30^o$$

∴ கோபுரத்தின் உச்சியின் ஏற்றக்கோணம், $\theta = 30^o$

எ.கா-6.26 20 மீ உயரமுள்ள கட்டிடத்தின் உச்சியில் ஒரு விளையாட்டு வீரர் அமர்ந்து கொண்டு தரையில் உள்ள ஒரு பந்தை 60° இறக்கக்கோணத்தில் காண்கிறார் எனில் கட்டிட அடிப்பகுதிக்கும் பந்திற்கும் இடையேயுள்ள தொலைவைக் காண்க. $(\sqrt{3} = 1.732)$ [PTA-3]

தீர்வு:-

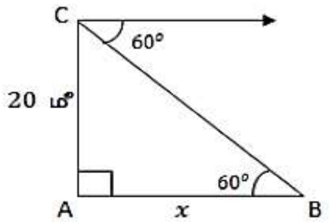
$AC =$ கட்டிடத்தின் உயரம் $= 20$ மீ.

$AB =$ கட்டிட அடிப்பகுதிக்கும் பந்திற்கும் இடையேயுள்ள தொலைவு $= x$ என்க.

செங்கோண ΔABC – இல்,

$$tan60^o = \frac{AC}{AB}$$

$$\sqrt{3} = \frac{20}{x}$$

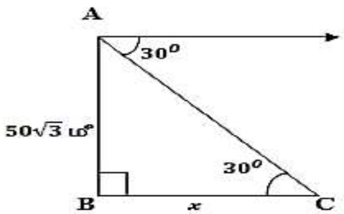


$$x = \frac{20}{\sqrt{3}}$$

பயிற்சி 6.3

1) $50\sqrt{3}$ மீ உயரமுள்ள ஒரு பாறையின் உச்சியிலிருந்து 30° இறக்கக்கோணத்தில் தரையிலுள்ள மகிழுந்து ஒன்று பார்க்கப்படுகிறது எனில், மகிழுந்திற்கும் பாறைக்கும் இடையேயுள்ள தொலைவைக் காண்க. [PTA-6]

தீர்வு:-



$AB =$ தரையிலிருந்து பாறையின் உயரம் $= 50\sqrt{3}$ மீ

$BC =$ மகிழுந்திற்கும் பாறைக்கும் இடையேயுள்ள தொலைவு $= x$ என்க.

செங்கோண ΔABC – இல், $tan30^o = \frac{\text{எதிர்ப்பக்கம்}}{\text{அடுத்துள்ள பக்கம்}} = \frac{AB}{BC}$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{50\sqrt{3}}{x}$$

$$x = 50\sqrt{3}\sqrt{3}$$

$$x = 50 \times 3$$

$$x = 150 \text{ மீ}$$

∴ மகிழுந்திற்கும் பாறைக்கும் இடையேயுள்ள தொலைவு $= 150$ மீ

7.அளவியல்

எ.கா : 7.1 ஓர் உருளை வடிவப் பீப்பாயின் உயரம் 20 செ.மீ மற்றும் அடிப்புற ஆரம் 14 செ.மீ எனில், அதன் வளைபரப்பு மற்றும் மொத்த புறப்பரப்பைக் காண்க.

தீர்வு:-

தரவு, உயரம் $h = 20$ செ.மீ

ஆரம் $r = 14$ செ.மீ

(i) உருளையின் வளைபரப்பு $= 2\pi rh$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 14 \times 20$

$= 88 \times 20$

$= 1760$ ச.செ.மீ

(ii) உருளையின் வளைபரப்பு $= 2\pi r(h + r)$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 14 \times (20 + 14)$

$= 88 \times 34$

$= 2992$ ச.செ.மீ

எ.கா : 7.3 நீளம் 3 மீ மற்றும் விட்டம் 2.8 மீ உடைய ஒரு சமன்படுத்தும் உருளையைக் கொண்டு ஒரு தோட்டம் சமன்படுத்தப்படுகிறது. 8 சுற்றுகளில் எவ்வளவு பரப்பை உருளை சமன் செய்யும்?

தீர்வு:-

தரவு, உயரம் $h = 3$ மீ

விட்டம் $= 2.8$ மீ

ஆரம் $r = 1.4$ மீ $= \frac{14}{10}$ மீ

உருளை ஒரு சுற்றில் சமன்படுத்தும் பரப்பு

$=$ உருளையின் வளைபரப்பு

$= 2\pi rh$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{14}{10} \times 3$

$= \frac{264}{10}$

$= 26.4$ ச.மீ

$\therefore$ உருளை 8 சுற்றுகளில் சமன்படுத்தும் பரப்பு $= 8 \times 26.4$

$= 211.2$ ச.மீ

எ.கா : 7.6 704 ச.செ.மீ மொத்தப் புறப்பரப்பு கொண்ட ஒரு கூம்பின் ஆரம் 7 செ.மீ எனில், அதன் சாயுயரம் காண்க.

தீர்வு:-

தரவு, ஆரம், $r = 7$ செ.மீ

கூம்பின் மொத்த புறப்பரப்பு $= 704$ ச.செ.மீ

WKT, கூம்பின் மொத்த புறப்பரப்பு $= \pi r(l + r)$

$\Rightarrow \pi r(l + r) = 704$

$\frac{22}{7} \times 7 \times (l + 7) = 704$

$l + 7 = \frac{704}{22}$

$l + 7 = 32$

$l = 32 - 7$

$l = 25$ செ.மீ

எ.கா : 7.8 ஒரு கோளத்தின் புறப்பரப்பு 154 ச.மீ எனில், அதன் விட்டம் காண்க. [S-20]

தீர்வு:-

WKT, கோளத்தின் புறப்பரப்பு $= 4\pi r^2$

தரவு, ஆரம், $= r$ என்க.

கோளத்தின் புறப்பரப்பு $= 154$ ச.மீ

$4\pi r^2 = 154$

$4 \times \frac{22}{7} \times r^2 = 154$

$r^2 = \frac{154 \times 7}{4 \times 22}$

$r^2 = \frac{7 \times 7}{2 \times 2}$

$r = \frac{7}{2}$

$\therefore$ கோளத்தின் விட்டம் $= 2r = 2 \times \frac{7}{2} = 7$ செ.மீ

பயிற்சி 7.1

3) ஓர் உள்ளீடற்ற மர உருளையின் வெளிப்புற ஆரம் மற்றும் நீளம் முறையே 16 செ.மீ மற்றும் 13 செ.மீ ஆகும். அதன் தடிமன் 4 செ.மீ எனில் உருளையின் மொத்தப்புறப்பரப்பு எவ்வளவு?

தீர்வு:-

தரவு, நீளம் (உயரம்), $h = 13$ செ.மீ

வெளிப்புற ஆரம் $R = 16$ செ.மீ

தடிமன் $= 4$ செ.மீ

உட்புற ஆரம் $r = 16 - 4 = 12$ செ.மீ

உள்ளீடற்ற உருளையின் மொத்தப் புறப்பரப்பு

$$= 2\pi(R + r)(R - r + h)$$

$$= 2 \text{ x } \frac{22}{7} \text{ x } (16 + 12) \text{ x } (16 - 12 + 13)$$

$$= 2 \text{ x } \frac{22}{7} \text{ x } 28 \text{ x } 17$$

$$= 44 \text{ x } 68$$

$= 2992$ ச.செ.மீ

எ.கா : 7.15 உயரம் 2 மீ மற்றும் அடிப்பரப்பு 250 ச.மீ கொண்ட ஓர் உருளையின் கன அளவைக் காண்க.

தீர்வு:-

தரவு, உயரம் $h = 2$ மீ

உருளையின் அடிப்பரப்பு,$= 250$ ச.மீ

$\pi r^2 = 250$ ச.மீ

∴ உருளையின் கன அளவு $= \pi r^2 h$

$$= 250 \text{ x } 2$$

$= 500$ க.மீ

எ.கா : 7.19 ஒரு நேர்வட்டக்கூம்பின் கன அளவு 11088 க.செ.மீ ஆகும். கூம்பின் உயரம் 24 செ.மீ எனில், அதன் ஆரம் காண்க.

தீர்வு:-

WKT, கூம்பின் கன அளவு $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

தரவு, உயரம், $h = 24$ செ.மீ

ஆரம், $= r$ என்க.

கூம்பின் கன அளவு $= 11088$ க.செ.மீ

$$\Rightarrow \frac{1}{3}\pi r^2 h = 11088$$

$$\frac{1}{3} \text{ x } \frac{22}{7} \text{ x } r^2 \text{ x } 24 = 11088$$

$$r^2 = \frac{11088 \text{ x } 3 \text{ x } 7}{22 \text{ x } 24}$$

$$r^2 = 441$$

$$r^2 = 21 \text{ x } 21$$

$r = 21$ செ.மீ

∴ கூம்பின் ஆரம், $r = 21$ செ.மீ

பயிற்சி 7.2

3) 484 செ.மீ சுற்றளவுள்ள ஒரு மரக்கூம்பின் உயரம் 105 செ.மீ எனில், கூம்பின் கன அளவைக் காண்க.

தீர்வு:-

ஆரம் $= r$ என்க

தரவு, உயரம், $h = 105$ செ.மீ

கூம்பின் அடிச்சுற்றளவு $= 484$ செ.மீ

$$2\pi r = 484$$

$$2 \text{ x } \frac{22}{7} \text{ x } r = 484$$

$$r = \frac{484 \text{ x } 7}{2 \text{ x } 22}$$

$$r = 11 \text{ x } 7$$

$r = 77$ செ.மீ

∴ கூம்பின் கன அளவு $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$$= \frac{1}{3} \text{ x } \frac{22}{7} \text{ x } 77 \text{ x } 77 \text{ x } 105$$

$$= 22 \text{ x } 11 \text{ x } 77 \text{ x } 35$$

$= 652190$ க.செ.மீ.

7) இரு கோளங்களின் ஆரங்களின் விகிதம் 4 : 7 எனில், அவற்றின் கன் அளவுகளின் விகிதம் காண்க.

தீர்வு:-

தரவு,

கோளம்-1:- ஆரம் $r_1 = 4$

கோளம்-2:- ஆரம் $r_2 = 7$

இரு கோளங்களின் கன அளவுகளின் விகிதம்

$$= \frac{4}{3}\pi r_1^3 : \frac{4}{3}\pi r_2^3$$

$$= \frac{\frac{4}{3}\pi r_1^3}{\frac{4}{3}\pi r_2^3}$$

$$= \frac{r_1^3}{r_2^3}$$

$$= \frac{4^3}{7^3}$$

$$= \frac{4 \text{ x } 4 \text{ x } 4}{7 \text{ x } 7 \text{ x } 7}$$

$$= \frac{64}{343}$$

$$= 64 : 343$$

பயிற்சி 7.3

1) ஓர் அரைக்கோளத்தின் மேல் ஓர் உள்ளீடற்ற உருளையைப் பொருத்திய வடிவத்தில் அமைந்த ஒரு கிண்ணத்தின் விட்டம் 14 செ.மீ மற்றும் உயரம் 13 செ.மீ எனில், அதன் கொள்ளளவைக் காண்க.

தீர்வு:-

தரவு, கிண்ணத்தின் மொத்த உயரம் = 13 செ.மீ

அரைக்கோளம்:-

விட்டம் = 14 செ.மீ

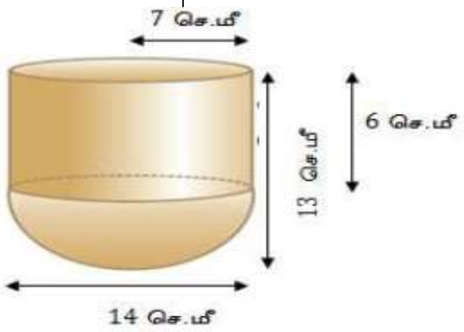
ஆரம், $r = 7$ செ.மீ

உருளை:-

விட்டம் = 14 செ.மீ

ஆரம், $r = 7$ செ.மீ

உயரம், $h = 13 - 7 = 6$ செ.மீ



∴ கிண்ணத்தின் கொள்ளளவு

= அரைக்கோளத்தின் கனஅளவு + உருளையின் கனஅளவு

$$= \frac{2}{3}\pi r^3 + \pi r^2 h$$

$$= \pi r^2 \left(\frac{2}{3} r + h\right)$$

$$= \frac{22}{7} \text{ x } 7 \text{ x } 7 \text{ x } \left(\frac{2 \text{ x } 7}{3} + 6\right)$$

$$= 154 \text{ x} \left(\frac{14 + 18}{3}\right)$$

$$= 154 \text{ x} \frac{32}{3}$$

$= 1642.67$ க.செ.மீ

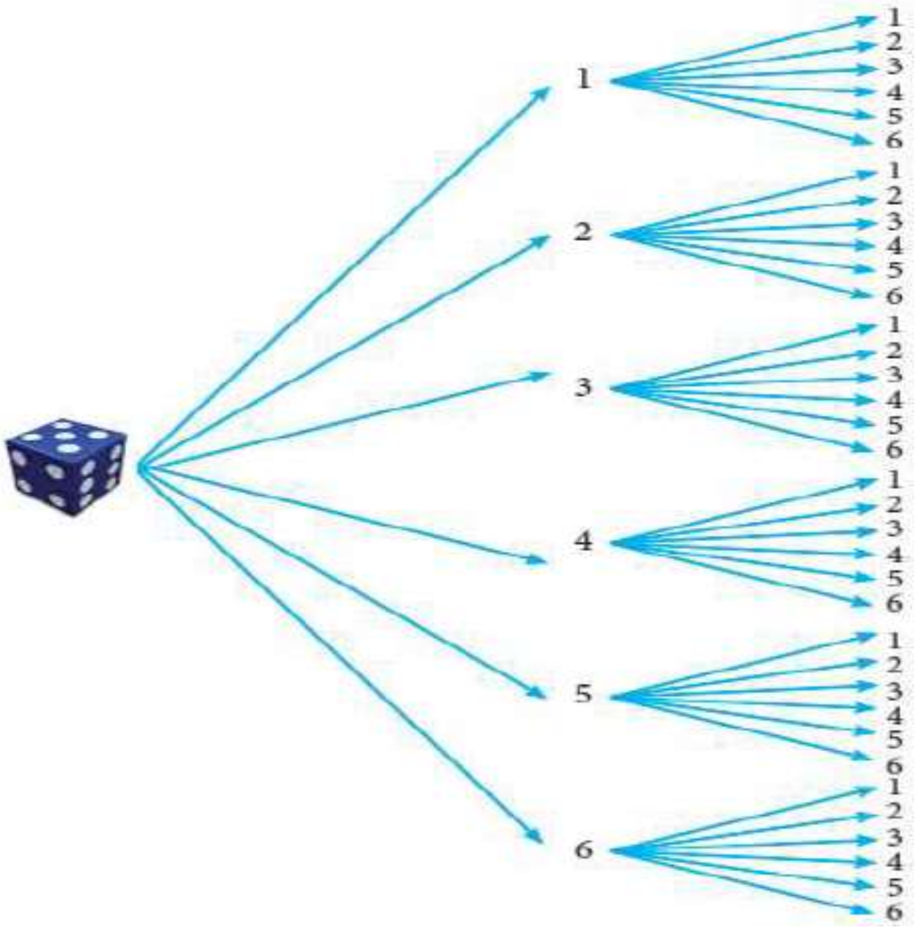
8.நிகழ்தகவு

எ.கா:8.17 மர வரைபடத்தைப் பயன்படுத்தி இரண்டு பகடை உருட்டப்படும்போது கிடைக்கும் கூறுவெளியை எழுதுக.

தீர்வு:-

$$S = \{(1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),(1,6),(2,1),(2,2),(2,3),(2,4),(2,5),(2,6),(3,1),(3,2),(3,3),(3,4),(3,5),(3,6),(4,1),(4,2),(4,3),(4,4),(4,5),(4,6),(5,1),(5,2),(5,3),(5,4),(5,5),(5,6),(6,1),(6,2),(6,3),(6,4),(6,5),(6,6)\}$$

$\therefore n(S) = 36$



எ.கா:8.18 ஒரு பையில் 5 நீல நிறப்பந்துகளும், 4 பச்சை நிறப்பந்துகளும் உள்ளன. பையிலிருந்து சமவாய்ப்பு முறையில் ஒரு பந்து எடுக்கப்படுகிறது. எடுக்கப்படும் பந்தானது (i) நீலமாக (ii) நீலமாக இல்லாமல் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

தீர்வு:-

மொத்த வாய்ப்புகள், $n(S) = 5 + 4 = 9$

(i) A என்பது நீல நிறப்பந்தைப் பெறுவதற்கான நிகழ்ச்சி என்க.

$$n(A) = 5$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{5}{9}$$

(ii) $\bar{A}$என்பது நீல நிறப்பந்து கிடைக்காமல் இருப்பதற்கான நிகழ்ச்சி என்க.

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{5}{9} = \frac{9-5}{9} = \frac{4}{9}$$

எ.கா:8.20 இரண்டு நாணயங்கள் ஒன்றாகச் சுண்டப்படுகின்றன. இரண்டு நாணயங்களிலும் வெவ்வேறு முகங்கள் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு என்ன?

தீர்வு:-

கூறுவெளி, $S = \{HH, HT, TH, TT\}$

$$n(S) = 4$$

A என்பது இரண்டு நாணயங்களிலும் வெவ்வேறு முகங்கள் கிடைப்பதற்கான நிகழ்ச்சி என்க

$$A = \{HT, TH\}$$

$$n(A) = 2$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

எ.கா:8.22 ஒரு நெட்டாண்டில் (Leap year) 53 சனிக்கிழமைகள் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு என்ன?

தீர்வு:-

நெட்டாண்டில் உள்ள மொத்த நாட்கள்

$= 366$ நாட்கள்

$= 52$ வாரங்கள் $+ 2$ நாட்கள்.

வாரங்களில் சனிக்கிழமைகள் கிடைத்து விடும். மீதமுள்ள இரண்டு நாட்களுக்கான வாய்ப்புகள் கீழ்க்காணும் கூறுவெளியில் கிடைக்கும்.

$S = \{$ஞா-தி, தி-செ, செ-பு, பு-வி, வி-வெ, வெ-ச, ச-ஞா$\}$

$\therefore\ n(S) = 7$

A என்பது 53-வது சனிக்கிழமை கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

$A = \{$வெ-ச, ச-ஞா$\}$

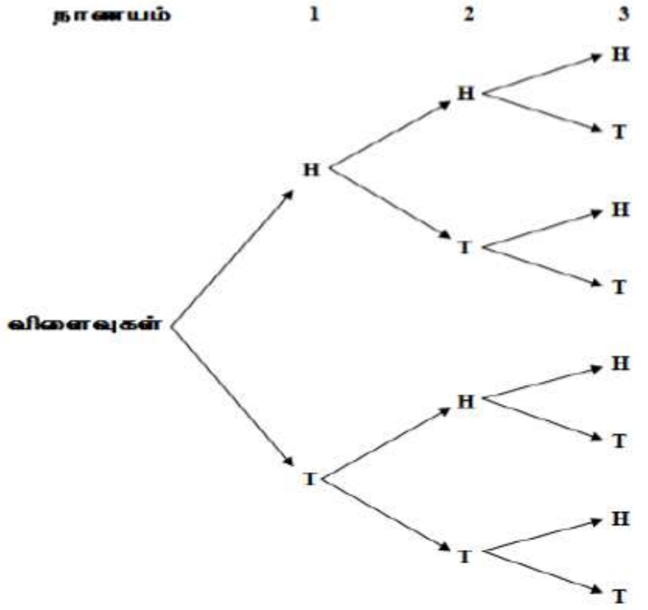
$\therefore n(A) = 2$

$$\therefore P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{7}$$

<u>பயிற்சி 8.3</u>

1) மூன்று நாணயங்கள் சுண்டப்படும் பொழுது கிடைக்கும் கூறுவெளியை மர வரைபடத்தைப் பயன்படுத்தி எழுதுக.

<u>தீர்வு</u>:-



$S = \{HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT\}$

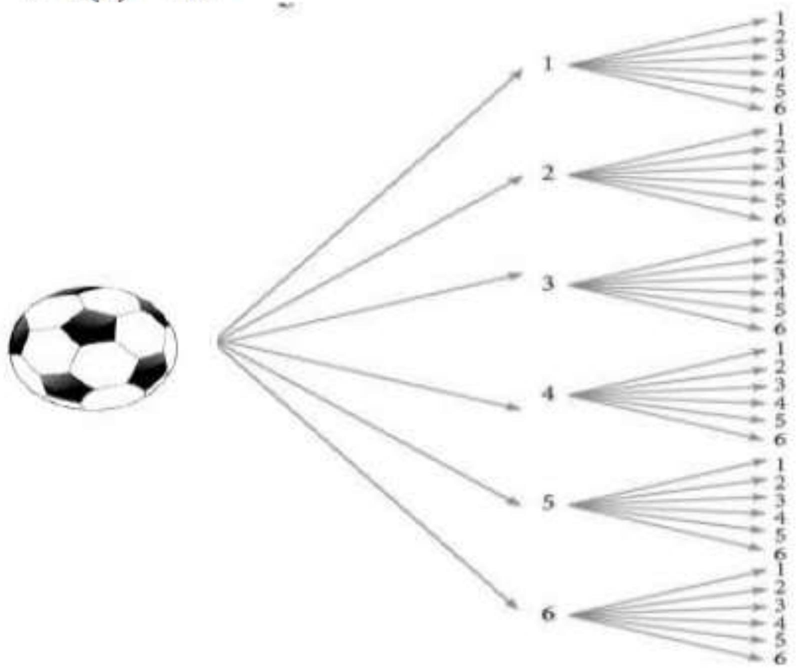
$\therefore n(S) = 8$

2) ஒரு பையிலுள்ள 1 முதல் 6 வரை எண்கள் குறிக்கப்பட்ட பந்துகளிலிருந்து, இரண்டு பந்துகள் எடுப்பதற்கான கூறுவெளியை மர வரைபடம் மூலமாகக் குறிப்பிடுக. [PTA-4]

<u>தீர்வு</u>:-

$S = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6),$
$(2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6),$
$(3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6),$
$(4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6),$
$(5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6),$
$(6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)\}$

$\therefore\ n(S) = 36$



3) ஒரு சமவாய்ப்புச் சோதனையில் ஒரு நிகழ்ச்சி A என்க. இங்கு $P(A) : P(\bar{A}) = 17 : 15$ மற்றும் $n(S) = 640$ எனில் (i) $P(\bar{A})$ (ii) $n(A)$- ஐக் காண்க. [PTA-3]

தீர்வு:-

தரவு. $P(A) : P(\bar{A}) = 17 : 15$

(i)

$$\frac{P(A)}{P(\bar{A})} = \frac{17}{15}$$

$$15\,P(A) = 17\,P(\bar{A})$$

$$15\,[1 - P(\bar{A})] = 17\,P(\bar{A})$$

$$15 - 15\,P(\bar{A}) = 17\,P(\bar{A})$$

$$-15\,P(\bar{A}) - 17\,P(\bar{A}) = -15$$

$$-32\,P(\bar{A}) = -15$$

$$P(\bar{A}) = \frac{15}{32}$$

(ii)

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{17}{32}$$

$$\frac{n(A)}{640} = \frac{17}{32}$$

$$n(A) = \frac{17}{32} \times 640 = 340$$

4) ஒரு நாணயம் மூன்று முறை சுண்டப்படுகிறது. இரண்டு அடுத்தடுத்த பூக்கள் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு என்ன?

தீர்வு:-

$$S = \{HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT\}$$

$$n(S) = 8$$

A என்பது இரண்டு அடுத்தடுத்த பூக்கள் கிடைப்பதற்கான நிகழ்ச்சி என்க

$$A = \{HTT, TTH, TTT\}$$

$$n(A) = 3$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{8}$$

5 மதிப்பெண்கள் 1.உறவுகள்

எ.கா : 1.1

$A = \{1,3,5\}$ மற்றும் $B = \{2,3\}$ எனில், (i) $A \times B$ மற்றும் $B \times A$ ஐக் காண்க. (ii) $A \times B = B \times A$ ஆகுமா? இல்லையெனில் ஏன்? (iii) $n(A \times B) = n(B \times A) = n(A) \times n(B)$ எனக் காட்டுக.

தீர்வு:-

தரவு, $A = \{1,3,5\}$ மற்றும் $B = \{2,3\}$

(i) $A \times B = \{1,3,5\} \times \{2,3\}$

$A \times B = \{(1,2),(1,3),(3,2),(3,3),(5,2),(5,3)\} \rightarrow (1)$

$B \times A = \{2,3\} \times \{1,3,5\}$

$B \times A = \{(2,1),(2,3),(2,5),(3,1),(3,3),(3,5)\} \rightarrow (2)$

ii) (1) மற்றும் (2) லிருந்து, $(1) \neq (2)$

மேலும், $A \times B \neq B \times A$ ஏனெனில் $(1,2) \neq (2,1)$

iii) $n(A) = 3$ மற்றும் $n(B) = 2$

(1) மற்றும் (2) லிருந்து, $n(A \times B) = n(B \times A) = 6 \rightarrow (3)$

இங்கு, $n(A) \times n(B) = 3 \times 2 = 6 \rightarrow (4)$

$n(B) \times n(A) = 2 \times 3 = 6 \rightarrow (5)$

(3), (4) மற்றும் (5) லிருந்து,

$$\boldsymbol{n(A \times B) = n(B \times A) = n(A) \times n(B)}$$

எ.கா : 1.3(i)

$A = \{x \in \mathbb{N} / 1 < x < 4\}$, $B = \{x \in \mathbb{W} / 0 \leq x < 2\}$ மற்றும் $C = \{x \in \mathbb{N} / x < 3\}$ எனில், $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$ என்பதைச் சரிபார்க்கவும்.

தீர்வு:-

தரவு, $A = \{2,3\}$, $B = \{0,1\}$, $C = \{1,2\}$

LHS: $B \cup C = \{0,1,2\}$

$A \times (B \cup C) = \{(2,0),(2,1),(2,2),(3,0),(3,1),(3,2)\} \rightarrow$ **(1)**

RHS: $A \times B = \{(2,0),(2,1),(3,0),(3,1)$

$A \times C = \{(2,1),(2,2),(3,1),(3,2)$

$(A \times B) \cup (A \times C) = \{(2,0),(2,1),(2,2),(3,0),(3,1),(3,2)\} \rightarrow$ **(2)**

$\therefore$ (1) மற்றும் (2) லிருந்து $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$ என்பது சரிபார்க்கப்பட்டது.

எ.கா : 1.3(ii)

$A = \{x \in \mathbb{N} / 1 < x < 4\}$, $B = \{x \in \mathbb{W} / 0 \leq x < 2\}$ மற்றும் $C = \{x \in \mathbb{N} / x < 3\}$ எனில், $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$ என்பதைச் சரிபார்க்கவும்.

தீர்வு:-

தரவு, $A = \{2,3\}$, $B = \{0,1\}$, $C = \{1,2\}$

LHS: $B \cap C = \{1\}$

$A \times (B \cap C) = \{(2,1),(3,1)\} \rightarrow$ **(1)**

RHS: $A \times B = \{(2,0),(2,1),(3,0),(3,1)\}$

$A \times C = \{(2,1),(2,2),(3,1),(3,2)\}$

$(A \times B) \cap (A \times C) = \{(2,1),(3,1)\} \rightarrow$ **(2)**

$\therefore$(1) மற்றும் (2) லிருந்து $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$ என்பது சரிபார்க்கப்பட்டது.

பயிற்சி - 1.1 (4)

$A = \{5,6\}, B = \{4,5,6\}, C = \{5,6,7\}$ எனில் $A \times A = \{(B \times B) \cap (C \times C)$ எனக் காட்டுக.

தீர்வு:-

தரவு, $A = \{5,6\}, B = \{4,5,6\}$, C= $\{5,6,7\}$

LHS:-

$\boldsymbol{A \times A = \{5,6\} \times \{5,6\}}$

$= \{(\mathbf{5},\mathbf{5}),(\mathbf{5},\mathbf{6}),(\mathbf{6},\mathbf{5}),(\mathbf{6},\mathbf{6})\} \rightarrow (1)$

RHS:-

$B \times B = \{4,5,6\} \times \{4,5,6\}$

$= \{(4,4),(4,5),(4,6),(5,4),(5,5),(5,6),(6,4),(6,5),(6,6)\}$

$C \times C = \{5,6,7\} \times \{5,6,7\}$

$= \{(5,5),(5,6),(5,7),(6,5),(6,6,),(6,7),(7,5),(7,6),(7,7)\}$

$(\boldsymbol{B \times B}) \cap (\boldsymbol{C \times C}) = \{(\mathbf{5},\mathbf{5}),(\mathbf{5},\mathbf{6}),(\mathbf{6},\mathbf{5}),(\mathbf{6},\mathbf{6})\} \rightarrow (2)$

∴ (1) மற்றும் (2) லிருந்து, $\boldsymbol{A \times A = (B \times B) \cap (C \times C)}$.

பயிற்சி - 1.1 (5)

$A = \{1,2,3\}$, $B = \{2,3,5\}$, $C = \{3,4\}$ மற்றும் $D = \{1,3,5\}$ எனில், $(A \cap C) \text{ X } (B \cap D) = (A \text{ X } B) \cap (C \text{ X } D)$ என்பதைச் சரிபார்க்கவும்.

தீர்வு:-

LHS:- $A \cap C = \{3\}$

$B \cap D = \{3,5\}$

$(A \cap C) \text{ X } (B \cap D) = \{(3,3),(3,5)\} \rightarrow (1)$

RHS:-

$A \text{ X } B = \{(1,2),(1,3),(1,5),(2,2),(2,3),(2,5),(3,2),(3,3),(3,5)\}$

$C \text{ X } D = \{(3,1),(3,3),(3,5),(4,1),(4,3),(4,5)\}$

$(A \text{ X } B) \cap (C \text{ X } D) = \{(3,3),(3,5)\} \rightarrow (2)$

$\therefore$ (1) மற்றும் (2) லிருந்து $(A \cap C) \text{ X } (B \cap D) = (A \text{ X } B) \cap (C \text{ X } D)$ என்பது சரிபார்க்கப்பட்டது.

பயிற்சி - 1.1 - 6(i)

$A = \{x \in \mathbb{W} / x < 2\}$, $B = \{x \in \mathbb{N} / 1 \leq x \leq 4\}$ மற்றும் $C = \{3,5\}$ எனில், $A \text{ X } (B \cup C) = (A \text{ X } B) \cup (A \text{ X } C)$ என்பது உண்மையா என சோதிக்கவும்.

தீர்வு:-

தரவு, $A = \{0,1\}$, $B = \{2,3,4\}$, $C = \{3,5\}$

LHS: $B \cup C = \{2,3,4,5\}$

$A \text{ X } (B \cup C) = \{(0,2),(0,3),(0,4),(0,5),(1,2),(1,3),$
$(1,4),(1,5)\} \rightarrow (1)$

RHS: $A \text{ X } B = \{(0,2),(0,3),(0,4),(1,2),(1,3),(1,4)\}$

$A \text{ X } C = \{(0,3),(0,5),(1,3),(1,5)\}$

$(A \text{ X } B) \cup (A \text{ X } C) = \{(0,2),(0,3),(0,4),(0,5),(1,2),$
$(1,4),(1,5)\} \rightarrow (2)$

$\therefore$ (1) மற்றும் (2) லிருந்து $A \text{ X } (B \cup C) = (A \text{ X } B) \cup (A \text{ X } C)$ என்பது சரிபார்க்கப்பட்டது.

பயிற்சி - 1.1 - 6(ii)

$A = \{x \in \mathbb{W} / x < 2\}$, $B = \{x \in \mathbb{N} / 1 \leq x \leq 4\}$ மற்றும் $C = \{3,5\}$ எனில், $A \text{ X } (B \cap C) = (A \text{ X } B) \cap (A \text{ X } C)$ என்பது உண்மையா என சோதிக்கவும்.

தீர்வு:-

தரவு, $A = \{0,1\}$, $B = \{2,3,4\}$, $C = \{3,5\}$

LHS: $B \cap C = \{3\}$

$A \text{ X } (B \cap C) = \{(0,3),(1,3)\} \rightarrow \rightarrow (1)$

RHS: $A \text{ X } B = \{(0,2),(0,3),(0,4),(1,2),(1,3),(1,4)\}$

$A \text{ X } C = \{(0,3),(0,5),(1,3),(1,5)\}$

$(A \text{ X } B) \cap (A \text{ X } C) = \{(0,3),(1,3)\} \rightarrow (2)$

$\therefore$ (1) மற்றும் (2) லிருந்து $A \text{ X } (B \cap C) = (A \text{ X } B) \cap (A \text{ X } C)$ என்பது சரிபார்க்கப்பட்டது.

14) **பயிற்சி - 1.1 - 6(iii)**

$A = \{x \in \mathbb{W} / x < 2\}$, $B = \{x \in \mathbb{N} / 1 \leq x \leq 4\}$ மற்றும் $C = \{3,5\}$ எனில், $(A \cup B) \text{ X } C = (A \text{ X } C) \cup (B \text{ X } C)$ என்பது உண்மையா என சோதிக்கவும்.

L.H.S $\rightarrow$ $A \times (B \cap C)$

$(B \cap C) = \{2,3,4\} \cap \{3,5\}$
$= \{3\}$

$A \times (B \cap C) = \{0,1\} \times \{3\}$
$= \{(0,3)\ (1,3)\}$ ---------------------------------- (1)

R.H.S $\rightarrow$ $(A \times B) \cap (A \times C)$

$(A \times B) = \{0,1\} \times \{2,3,4\}$
$= \{(0,2)(0,3)(0,4)\ (1,2)(1,3)(1,4)\}$

$(A \times C) = \{0,1\} \times \{3,5\}$
$= \{(0,3)(0,5)(1,3)(1,5)\}$

பயிற்சி - 1.1 – 7(i)

A என்பது 8 - ஐ விடக் குறைவான இயல் எண்களின் கணம், B என்பது 8 - ஐ விடக் குறைவான பகா எண்களின் கணம் மற்றும் C என்பது இரட்டைப்படை பகா எண்களின் கணம் எனில் $(A \cap B) X C = (A X C) \cap (B X C)$ என்பதைச் சரிபார்க்கவும்.

தீர்வு:-

தரவு, $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $B = \{2, 3, 5, 7\}$, $C = \{2\}$

LHS: $A \cap B = \{2, 3, 5, 7\}$

$(A \cap B) X C = \{(2,2), (3,2), (5,2), (7,2)\} \rightarrow (1)$

RHS: $A X C = \{(1,2), (2,2), (3,2), (4,2), (5,2), (6,2), (7,2)\}$

$B X C = \{(2,2), (3,2), (5,2), (7,2)$

$(A X C) \cap (B X C) = \{(2,2), (3,2), (5,2), (7,2)\} \rightarrow (2)$

$\therefore$ (1) மற்றும் (2) லிருந்து $(A \cap B) X C = (A X C) \cap (B X C)$ என்பது சரிபார்க்கப்பட்டது.

பயிற்சி - 1.1 – 7(ii)

A என்பது 8 - ஐ விடக் குறைவான இயல் எண்களின் கணம், B என்பது 8 - ஐ விடக் குறைவான பகா எண்களின் கணம் மற்றும் C என்பது இரட்டைப்படை பகா எண்களின் கணம் எனில் $A X (B - C) = (A X B) - (A X C)$ என்பதைச் சரிபார்க்கவும்.

தீர்வு:-

தரவு, $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $B = \{2, 3, 5, 7\}$, $C = \{2\}$

LHS: $B - C = \{3, 5, 7\}$

$A X (B - C) = \{(1,3), (1,5), (1,7), (2,3), (2,5), (2,7), (3,3), (3,5),$
$(3,7), (4,3), (4,5), (4,7), (5,3), (5,5), (5,7), (6,3),$
$(6,5), (6,7), (7,3), (7,5), (7,7)\} \rightarrow (1)$

RHS:

$A X B = \{(1,2), (1,3), (1,5), (1,7), (2,2), (2,3), (2,5), (2,7), (3,2),$
$(3,3), (3,5), (3,7), (4,2), (4,3), (4,5), (4,7), (5,2), (5,3),$
$(5,5), (5,7), (6,2), (6,3), (6,5), (6,7), (7,2), (7,3), (7,5), (7,7)\}$

$A X C = \{(1,2), (2,2), (3,2), (4,2), (5,2), (6,2), (7,2)\}$

$(A \times B) \cap (A \times C) = \{(0,2)(0,3)(0,4)\ (1,2)(1,3)(1,4)\} \cap \{(0,3)(0,5)(1,3)(1,5)\}$
$= \{(0,3)\ (1,3)\}$ ---------------------------- ②

① மற்றும் ② லிருந்து L.H.S = R.H.S எனவே
$A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$

பயிற்சி - 1.2 – 4(i)

$\{(x, y) / x = 2y, x \in \{2, 3, 4, 5\}, y \in \{1, 2, 3, 4\}\}$ என்ற உறவை (i) அம்புக்குறிப்படம் (ii) வரைபடம் (iii) பட்டியல் முறையில் குறிக்க.

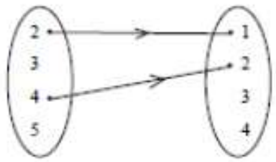
தீர்வு:-

தரவு, $\{(x, y) | x = 2y, x \in \{2,3,4.5\}, y = \{1,2,3,4\}\}$

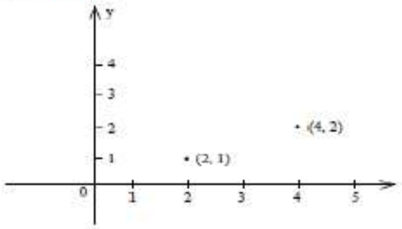
$y = 1$ எனில் $x = 2 \times 1 = 2$ $\quad$ $y = 2$ எனில் $x = 2 \times 2 = 4$

$y = 3$ எனில் $x = 2 \times 3 = 6$ $\quad$ $y = 4$ எனில் $x = 2 \times 4 = 8$

(i) **அம்புகுறிபடம்**:-



(ii) **வரைபடம்**:-



(iii) **பட்டியல்முறை**:-

$R = \{(2,1), (4,2)\}$

6) **பயிற்சி - 1.2 – 4(ii)**

$\{(x, y) / y = x + 3, x, y$ ஆகியவை இயல் எண்கள் $< 10\}$ என்ற உறவை (i) அம்புக்குறிப்படம் (ii) வரைபடம் (iii) பட்டியல் முறையில் குறிக்க.

தீர்வு:-

தரவு, $\{(x, y) | y = x + 3, x, y$ ஆகியவை இயல் எண்கள் $< 10\}$.

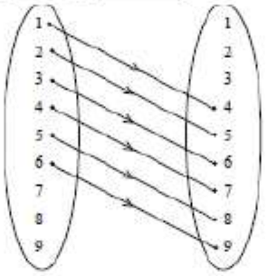
$X = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$

$x = 1 \rightarrow y = 1 + 3 = 4$ $\quad$ $x = 2 \rightarrow y = 2 + 3 = 5$ $\quad$ $x = 3 \rightarrow y = 3 + 3 = 6$

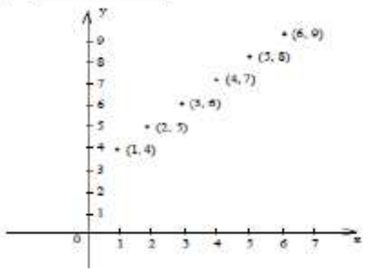
$x = 4 \rightarrow y = 4 + 3 = 7$ $\quad$ $x = 5 \rightarrow y = 5 + 3 = 8$ $\quad$ $x = 6 \rightarrow y = 6 + 3 = 9$

$x = 7 \rightarrow y = 7 + 3 = 10$ $\quad$ $x = 8 \rightarrow y = 8 + 3 = 11$ $\quad$ $x = 9 \rightarrow y = 9 + 3 = 12$

(i) **அம்புக்குறிபடம்:-**



(ii) **வரைபடம்:-**



(iii) **பட்டியல்முறை:-**

$R = \{(1,4)), (2,5), (3,6), (4,7), (5,8), (6,9)\}$

2.எண்களும் தொடர்வரிசைகளும்

பயிற்சி 2.2

9) முதல் 10 இயல் எண்களால் மீதியின்றி வகுபடக்கூடிய சிறிய எண் எது?

தீர்வு:-

முதல் 10 இயல் எண்கள் : $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10.$

முதல் 10 இயல் எண்களால் மீதியின்றி வகுபடக்கூடிய சிறிய எண்ணானது, 1 முதல் 10 வரையுள்ள எண்களின் மீ.பொ.ம ஆகும்.

2	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10
2	1, 1, 3, 2, 5, 3, 7, 4, 9, 5
2	1, 1, 3, 1, 5, 3, 7, 2, 9, 5
3	1, 1, 3, 1, 5, 3, 7, 1, 9, 5
3	1, 1, 1, 1, 5, 1, 7, 1, 3, 5
5	1, 1, 1, 1, 5, 1, 7, 1, 1, 5
7	1, 1, 1, 1, 1, 1, 7, 1, 1, 1
	1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1

∴ மீ.பொ.ம

$= 2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$

$= 8 \times 9 \times 35$

$= 72 \times 35$

$= 2520$

∴ மிகச் சிறிய எண் $= 2520$

பயிற்சி 2.4

6) $a_1 = 1, a_2 = 1, a_n = 2a_{n-1} + a_{n-2}$, $n \geq 3, n \in \mathbb{N}$ எனில், தொடர்வரிசையின் முதல் ஆறு உறுப்புகளைக் காண்க.

தீர்வு:-

$a_1 = 1$

$a_2 = 1$

$a_n = 2a_{n-1} + a_{n-2}$, $n \geq 3, n \in \mathbb{N}$

$a_3 = 2a_{3-1} + a_{3-2} = 2a_2 + a_1 = 2(1) + 1 = 2 + 1 = 3$

$a_4 = 2a_{4-1} + a_{4-2} = 2a_3 + a_2 = 2(3) + 1 = 6 + 1 = 7$

$a_5 = 2a_{5-1} + a_{5-2} = 2a_4 + a_3 = 2(7) + 3 = 14 + 3 = 17$

$a_6 = 2a_{6-1} + a_{6-2} = 2a_5 + a_4 = 2(17) + 7 = 34 + 7 = 41$

எனவே, தொடர்வரிசையின் முதல் ஆறு உறுப்புகள்,

$1, 1, 3, 7, 17, 41$

எ.கா : 2.27 ஒரு கூட்டுத்தொடர்வரிசையின் 7 –வது உறுப்பு −1 மற்றும் 16 –வது உறுப்பு 17 எனில், அதன் பொது உறுப்பைக் காண்க.

தீர்வு:-

WKT, n − வது உறுப்பு, $t_n = a + (n-1)d$

தரவு, $t_7 = -1$ மற்றும் $t_{16} = 17$

$\Rightarrow \quad a + 6d = -1 \quad \rightarrow (1)$ மற்றும் $a + 15d = 17 \quad \rightarrow (2)$

சமன்பாடுகள் (1) மற்றும் (2) -ஐத் தீர்க்க,

$(1) \quad : \quad a + 6d = -1$

$(2) \quad : \quad a + 15d = 17$

$(-) \; (-) \; (-)$

$(1) - (2) \quad : \quad 6d - 15d = -1 - 17$

$$-9d = -18$$

$$d = \frac{-18}{-9}$$

$$d = 2$$

$d = 2$ -ஐ சமன்பாடு (1) இல் பிரதியட,

$$a + 6(2) = -1$$

$$a + 12 = -1$$

$$a = -1 - 12$$

$$a = -13$$

∴ பொது உறுப்பு $= t_n$

$$= a + (n-1)d$$

$$= -13 + (n-1)(2)$$

$$= -13 + 2n - 2$$

$$= 2n - 15$$

<u>எ.கா : 2.29</u> ஒரு கூட்டுத்தொடர்வரிசையின் அடுத்தடுத்த நான்கு உறுப்புகளின் கூடுதல் 28 மற்றும் அவற்றின் வர்க்கங்களின் கூடுதல் 276 எனில் அந்த எண்களைக் காண்க.

<u>தீர்வு</u>:-

ஒரு கூட்டுத்தொடர்வரிசையின் அடுத்தடுத்த நான்கு உறுப்புகளை முறையே $a - 3d$, $a - d$, $a + d$, $a + 3d$ என்க.

<u>தரவு</u>, அடுத்தடுத்த நான்கு உறுப்புகளின் கூடுதல் $= 28$

$$a - 3d + a - d + a + d + a + 3d = 28$$

$$4a = 28$$

$$a = \frac{28}{4}$$

$$a = 7$$

<u>தரவு</u>, நான்கு உறுப்புகளின் வர்க்கங்களின் கூடுதல் $= 276$

$$(a - 3d)^2 + (a - d)^2 + (a + d)^2 + (a + 3d)^2 = 276$$

$$a^2 + (3d)^2 - 2(a)(3d) + a^2 + d^2 - 2ad + a^2 + d^2 + 2ad + a^2 + (3d)^2 + 2(a)(3d) = 276$$

$$a^2 + 9d^2 - 6ad + a^2 + d^2 - 2ad + a^2 + d^2 + 2ad + a^2 + 9d^2 + 6ad = 276$$

$$4a^2 + 20d^2 = 276$$

$$4(7)^2 + 20d^2 = 276$$

$$4(49) + 20d^2 = 276$$

$$196 + 20d^2 = 276$$

$$20d^2 = 276 - 196$$

$$20d^2 = 80$$

$$d^2 = \frac{80}{20}$$

$$d^2 = 4$$

$$d = \pm 2$$

(i) $a = 7$ மற்றும் $d = 2$ எனில் தேவையான நான்கு எண்கள்,

$7 - 3(2),\quad 7 - 2,\quad 7 + 2,\quad 7 + 3(2)$

$7 - 6,\quad 5,\quad 9,\quad 7 + 6$

$1,\quad 5,\quad 9,\quad 13$

(ii) $a = 7$ மற்றும் $d = -2$ எனில் தேவையான நான்கு எண்கள்,

$7 - 3(-2),\quad 7 - (-2),\quad 7 + (-2),\quad 7 + 3(-2)$

$7 + 6,\quad 7 + 2,\quad 7 - 2,\quad 7 - 6$

$13,\quad 9,\quad 5,\quad 1$

பயிற்சி 2.5

11) ஒரு கூட்டுத்தொடர்வரிசையின் அடுத்தடுத்த மூன்று உறுப்புகளின் கூடுதல் 27 மற்றும் அவற்றின் பெருக்கற்பலன் 288 எனில் அந்த எண்களைக் காண்க.

தீர்வு:-

ஒரு கூட்டுத்தொடர்வரிசையின் அடுத்தடுத்த மூன்று உறுப்புகள் முறையே $a-d, a, a+d$ என்க.

தரவு, $a-d+a+a+d = 27$

$$3a = 27$$

$$a = \frac{27}{3}$$

$$a = 9$$

தரவு, $(a-d) \text{ x } a \text{ x } (a+d) = 288$

$$(a^2-d^2) \text{ x } a = 288$$

$$(9^2-d^2) \text{ x } 9 = 288$$

$$81-d^2 = \frac{288}{9}$$

$$81-d^2 = 32$$

$$81-32 = d^2$$

$$49 = d^2$$

$$d = \pm 7$$

$\Rightarrow a = 9$ மற்றும் $d = \pm 7$

(i) $a = 9$ மற்றும் $d = 7$ எனும் போது கூட்டுத்தொடர்வரிசையின் மூன்று எண்கள்,

$9-7,\quad 9,\quad 9+7$

$2,\quad 9,\quad 16$

$a = 9$ மற்றும் $d = -7$ எனும் போது கூட்டுத்தொடர்வரிசையின் மூன்று எண்கள்

$9-7,\ 9,\ 9+(-7)$

$9+7,\quad 9,\quad 9-7$

$16,\quad 9,\quad 2$

12) ஒரு கூட்டுத் தொடர்வரிசையின் 6 -வது மற்றும் 8 -வது உறுப்புகளின் $7:9$ எனில், 9 -வது மற்றும் 13 -வது உறுப்புகளின் விகிதம் காண்க. [GMQ]

தீர்வு:-

WKT, $t_n = a+(n-1)d$

தரவு, 6-வது மற்றும் 8-வது	9-வது மற்றும் 13-வது
உறுப்புகளின் விகிதம் $= 7:9$	உறுப்புகளின் விகிதம்,
$\Rightarrow\quad t_6 : t_8 = 7:9$	$= t_9 : t_{13}$
$\frac{t_6}{t_8} = \frac{7}{9}$	$= \frac{t_9}{t_{13}}$
$\frac{a+5d}{a+7d} = \frac{7}{9}$	$= \frac{a+8d}{a+12d}$
$9(a+5d) = 7(a+7d)$	$= \frac{2d+8d}{2d+12d}$
$9a+45d = 7a+49d$	$= \frac{10d}{14d}$
$9a-7a = 49d-45d$	$= \frac{5}{7}$
$2a = 4d$	$= 5:7$
$a = 2d \longrightarrow (1)$	

13) ஒரு குளிர்காலத்தில் திங்கள்கிழமை முதல் வெள்ளிக்கிழமை வரை ஊட்டியில் வெப்பநிலை கூட்டுத் தொடர்வரிசையில் உள்ளன. திங்கள் கிழமை முதல் புதன் கிழமை வரை உள்ள வெப்பநிலைகளின் கூடுதல் 0^oC மற்றும் புதன்கிழமை முதல் வெள்ளிக்கிழமை வரை உள்ள வெப்பநிலைகளின் கூடுதல் 18^oC எனில், ஐந்து நாட்களின் வெப்பநிலைகளைக் காண்க.

தீர்வு:-

திங்கள் கிழமை முதல் புதன் கிழமை வரையிலான வெப்பநிலைகள் முறையே $a, a+d, a+2d, a+3d, a+4d$ என்க.

தரவு, திங்கள் கிழமை முதல் புதன் கிழமை வரை உள்ள வெப்பநிலைகளின் கூடுதல் $= 0^oC$

வெப்பநிலைகளின் கூடுதல் $= 18^{o}C$

$$a + 2d + a + 3d + a + 4d = 18$$
$$3a + 9d = 18$$
$$3(-d) + 9d = 18$$
$$-3d + 9d = 18$$
$$6d = 18$$
$$d = \frac{18}{6}$$
$$d = 3$$

$d = 3$ எனில், $a = -d = -3$

எனவே, திங்கள் முதல் வெள்ளிக்கிழமை வரையிலான வெப்பநிலைகள், $a, a+d, a+2d, a+3d, a+4d$

$\Rightarrow -3, -3+3, -3+2(3), -3+3(3), -3+4(3)$

$\Rightarrow -3, \quad 0, \quad -3+6, \quad -3+9, \quad -3+12$

$\Rightarrow -3, \quad 0, \quad 3, \quad 6, \quad 9$

$\Rightarrow -3^{o}C, \quad 0^{o}C, \quad 3^{o}C, \quad 6^{o}C, \quad 9^{o}C$

3.இயற்கணிதம்

எடுத்துக்காட்டு 3.11 $6x^3 - 30x^2 + 60x - 48$ மற்றும் $3x^3 - 12x^2 + 21x - 18$ ஆகிய பல்லுறுப்புக் கோவைகளின் மீ.பொ.வ காண்க.

தீர்வு $f(x) = 6x^3 - 30x^2 + 60x - 48 = 6(x^3 - 5x^2 + 10x - 8)$

$g(x) = 3x^3 - 12x^2 + 21x - 18 = 3(x^3 - 4x^2 + 7x - 6)$

$$\begin{array}{r|l l} & 1 & \\ x^3 - 5x^2 + 10x - 8 & x^3 - 4x^2 + 7x - 6 & \\ & x^3 - 5x^2 + 10x - 8 & (-) \\ \hline & x^2 \quad - 3x + 2 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l l} & x - 2 & \\ x^2 - 3x + 2 & x^3 - 5x^2 + 10x - 8 & \\ & x^3 - 3x^2 + 2x & (-) \\ \hline & -2x^2 + 8x - 8 & \\ & -2x^2 + 6x - 4 & (-) \\ \hline & 2x - 4 & \end{array}$$

$$= 2(x - 2)$$

$$\begin{array}{r|l l} & x - 1 & \\ x - 2 & x^2 - 3x + 2 & \\ & x^2 - 2x & (-) \\ \hline & -x + 2 & \\ & -x + 2 & (-) \\ \hline & 0 & \end{array}$$

இங்கு, மீதி பூச்சியம் ஆகும்.

3 மற்றும் 6 –ன் மீ.பொ.வ 3 ஆகும்.

எனவே, மீ.பொ.வ $\left[(6x^3 - 30x^2 + 60x - 48,\ 3x^3 - 12x^2 + 21x - 18)\right] = 3(x-2)$.

எடுத்துக்காட்டு 3.18 சுருக்குக $\frac{1}{x^2 - 5x + 6} + \frac{1}{x^2 - 3x + 2} - \frac{1}{x^2 - 8x + 15}$

தீர்வு $\frac{1}{x^2 - 5x + 6} + \frac{1}{x^2 - 3x + 2} - \frac{1}{x^2 - 8x + 15}$

$$= \frac{1}{(x-2)(x-3)} + \frac{1}{(x-2)(x-1)} - \frac{1}{(x-5)(x-3)}$$

$$= \frac{(x-1)(x-5) + (x-3)(x-5) - (x-1)(x-2)}{(x-1)(x-2)(x-3)(x-5)}$$

$$= \frac{(x^2 - 6x + 5) + (x^2 - 8x + 15) - (x^2 - 3x + 2)}{(x-1)(x-2)(x-3)(x-5)}$$

$$= \frac{x^2 - 11x + 18}{(x-1)(x-2)(x-3)(x-5)} = \frac{(x-9)(x-2)}{(x-1)(x-2)(x-3)(x-5)}$$

$$= \frac{x-9}{(x-1)(x-3)(x-5)}$$

பயிற்சி 3.6

5. $A = \frac{2x+1}{2x-1}$ மற்றும் $B = \frac{2x-1}{2x+1}$ எனில், $\frac{1}{A-B} - \frac{2B}{A^2-B^2}$ காண்க.

$A = \frac{2x+1}{2x-1}$, $B = \frac{2x-1}{2x+1}$

$$\frac{1}{A-B} - \frac{2B}{A^2-B^2} = ?$$

$$\frac{1}{A-B} - \frac{2B}{A^2-B^2} = \frac{1}{A-B} - \frac{2B}{(A+B)(A-B)}$$

$$= \frac{(A+B)}{(A-B)(A+B)} - \frac{2B}{(A+B)(A-B)}$$

$$= \frac{A+B-2B}{(A-B)(A+B)} = \frac{A-B}{(A-B)(A+B)}$$

$$= \frac{1}{(A+B)}$$

$$= \frac{1}{\frac{2x+1}{2x-1} + \frac{2x-1}{2x+1}}$$

$$= \frac{1}{\frac{(2x+1)(2x+1)}{(2x-1)} + \frac{(2x-1)(2x-1)}{(2x+1)}}$$

$$= \frac{1}{\frac{(2x+1)^2+(2x-1)^2}{(2x-1)(2x+1)}} = \frac{1}{\frac{4x^2+4x+1+4x^2-4x+1}{(2x)^2-1^2}} = \frac{1}{\frac{8x^2+2}{4x^2-1}}$$

$$= \frac{4x^2-1}{8x^2+2}$$

$$= \frac{4x^2-1}{2(4x^2+1)}$$

எடுத்துக்காட்டு 3.21 $64x^4 - 16x^3 + 17x^2 - 2x + 1$ என்பதின் வர்க்கமூலம் காண்க.

தீர்வு

	$8x^2 - x + 1$	
$8x^2$	$64x^4 - 16x^3 + 17x^2 - 2x + 1$	
	$64x^4$	(–)
$16x^2 - x$	$-16x^3 + 17x^2$	
	$-16x^3 + x^2$	(–)
$16x^2 - 2x + 1$	$16x^2 - 2x + 1$	
	$16x^2 - 2x + 1$	(–)
	0	

எனவே, $\sqrt{64x^4 - 16x^3 + 17x^2 - 2x + 1} = |8x^2 - x + 1|$

எடுத்துக்காட்டு 3.22 $9x^4 + 12x^3 + 28x^2 + ax + b$ ஆனது ஒரு முழுவர்க்கம் எனில், a, b ஆகியவற்றின் மதிப்புகளைக் காண்க.

தீர்வு

	$3x^2 + 2x + 4$	
$3x^2$	$9x^4 + 12x^3 + 28x^2 + ax + b$	
	$9x^4$	(–)
$6x^2 + 2x$	$12x^3 + 28x^2$	
	$12x^3 + 4x^2$	(–)
$6x^2 + 4x + 4$	$24x^2 + ax + b$	
	$24x^2 + 16x + 16$	(–)
	0	

கொடுக்கப்பட்ட பல்லுறுப்புக்கோவை ஒரு முழுவர்க்கம் என்பதால், $a - 16 = 0$, $b - 16 = 0$

எனவே, $a = 16$, $b = 16$.

பயிற்சி 3.8 –1(i)

$x^4 - 12x^3 + 42x^2 - 36x + 9$ என்பதன் வர்க்கமூலம் காண்க

	$x^2 - 6x + 3$
x^2	$x^4 - 12x^3 + 42x^2 - 36x + 9$
	x^4
$2x^2 - 6x$	$-12x^3 + 42x^2$
	$-12x^3 + 36x^2$
$2x^2 - 12x + 3$	$+6x^2 - 36x + 9$
	$+6x^2 - 36x + 9$
	0

$\therefore \sqrt{x^4 - 12x^3 + 42x^2 - 36x + 9} = |x^2 - 6x + 3|$

பயிற்சி 3.8 –1(ii)

$37x^2 - 28x^3 + 4x^4 + 42x + 9$ என்பதன் வர்க்கமூலம் காண்க

$37x^2 - 28x^3 + 4x^4 + 42x + 9 = 4x^4 - 28x^3 + 37x^2 + 42x + 9$

	$2x^2 - 7x - 3$
$2x^2$	$4x^4 - 28x^3 + 37x^2 + 42x + 9$
	$4x^4$
$4x^2 - 7x$	$-28x^3 + 37x^2$
	$-28x^3 + 49x^2$
$4x^2 - 14x - 3$	$-12x^2 + 42x + 9$
	$-12x^2 + 42x + 9$
	0

$\therefore \sqrt{4x^4 - 28x^3 + 37x^2 + 42x + 9} = |2x^2 - 7x - 3|$

பயிற்சி 3.8 –1(iii)

$16x^4 + 8x^2 + 1$ என்பதன் வர்க்கமூலம் காண்க

$16x^4 + 8x^2 + 1 = 16x^4 + 0x^3 + 8x^2 + 0x + 1$

	$4x^2 + 0x + 1$
$4x^2$	$16x^4 + 0x^3 + 8x^2 + 0x + 1$
	$16x^4$
$8x^2 + 0x$	$+0x^3 + 8x^2$
	$+0x^3 + 0x^2$
$8x^2 + 0x + 1$	$+8x^2 + 0x + 1$
	$+8x^2 + 0x + 1$
	0

$\therefore \sqrt{16x^4 + 0x^3 + 8x^2 + 0x + 1} = |4x^2 + 1|$

பயிற்சி 3.8 –1(iv)

$121x^4 - 198x^3 - 183x^2 + 216x + 144$ என்பதன் வர்க்கமூலம் காண்க

	$11x^2 - 9x - 12$
$11x^2$	$121x^4 - 198x^3 - 183x^2 + 216x + 144$
	$121x^4$
$22x^2 - 9x$	$-198x^3 - 183x^2$
	$-198x^3 + 81x^2$
$22x^2 - 18x - 12$	$-264x^2 + 216x + 144$
	$-264x^2 + 216x + 144$
	0

$\therefore \sqrt{121x^4 - 198x^3 - 183x^2 + 216x + 144} = \mathbf{11x^2 - 9x - 12}$

பயிற்சி 3.8 –3(ii)

$x^4 - 8x^3 + mx^2 + nx + 16$ என்பது முழுவர்க்க பல்லுறுப்புக்கோவை எனில் a மற்றும் b-யின் மதிப்பு காண்க

	$x^2 - 4x + 4$
x^2	$x^4 - 8x^3 + mx^2 + nx + 16$
	x^4
$2x^2 - 4x$	$-8x^3 + mx^2$
	$-8x^3 + 16x^2$
$2x^2 - 8x + 4$	$(m-16)x^2 + nx + 16$
	$8x^2 - 32x + 16$
	0

∴ கொடுக்கப்பட்ட பல்லுறுப்புக்கோவை முழுவர்க்கம் என்பதால்

$m - 16 = 8 \Longrightarrow m = 8 + 16 = 24$

மற்றும் $n = -32$

பயிற்சி 3.8 –3(i)

(i) $36x^4 - 60x^3 + 61x^2 - mx + n$

$36x^4 - 60x^3 + 61x^2 - mx + n$

	$6x^2 - 5x + 3$
$6x^2$	$36x^4 - 60x^3 + 61x^2 - mx + n$
	$36x^4$
$12x^2 - 5x$	$-60x^3 + 61x^2$
	$-60x^3 + 25x^2$
$12x^2 - 10x + 3$	$36x^2 - mx + n$
	$36x^2 - 30x + 9$
	$(-m+30)x + n - 9$

கொடுக்கப்பட்ட பல்லுறுப்புக்கோவை முழுவர்க்கம் என்பதால்

$-m + 30 = 0$, $n - 9 = 0$

$m = 30$, $n = 9$

பயிற்சி 3.8 –2(ii)

$ax^4 + bx^3 + 361x^2 + 220x + 100$ என்பது முழுவர்க்க பல்லுறுப்புக்கோவை எனில் a மற்றும் b-யின் மதிப்பு காண்க

	$10 + 11x + 12x^2$
10	$100 + 220x + 361x^2 + bx^3 + ax^4$
	100
$20 + 11x$	$+220x + 361x^2$
	$+220x + 121x^2$
$20 + 22x + 12x^2$	$+240x^2 + bx^3 + ax^4$
	$+240x^2 + 264x^3 + 144x^4$
	0

∴ கொடுக்கப்பட்ட பல்லுறுப்புக்கோவை முழுவர்க்கம் என்பதால்

$a = 144$, $b = 264$

பயிற்சி 3.8 –2(i)

$4x^4 - 12x^3 + 37x^2 + bx + a$ என்பது முழுவர்க்க பல்லுறுப்புக்கோவை எனில் a மற்றும் b-யின் மதிப்பு காண்க

	$2x^2 - 3x + 7$
$2x^2$	$4x^4 - 12x^3 + 37x^2 + bx + a$
	$4x^4$
$4x^2 - 3x$	$-12x^3 + 37x^2$
	$-12x^3 + 9x^2$
$4x^2 - 6x + 7$	$+28x^2 + bx + a$
	$+28x^2 - 42x + 49$
	0

∴ கொடுக்கப்பட்ட பல்லுறுப்புக்கோவை முழுவர்க்கம் என்பதால்

$a - 49 = 0$ மற்றும் $b + 42 = 0$

$a = 49$ $b = -42$

பயிற்சி 3.12 –3

3. ஒரு பேருந்து 90கி.மீ தொலைவைச் சீரான வேகத்தில் கடக்கிறது. அதன் வேகம் 15 கி.மீ/ மணி அதிகரிக்கப்பட்டால், பயண நேரம் 30 நிமிடங்கள் குறைகிறது எனில், பேருந்தின் வேகத்தைக் கணக்கிடுக.

பேருந்து கடந்த தொலைவு $= 90$ கி.மீ

பேருந்தின் உண்மையான வேகம் $= s$ கி.மீ / மணி என்க

அதிகரிக்கப்பட்ட பின்னர் வேகம் $= s + 15$ கி.மீ / மணி

வேகம் $= \dfrac{\text{கடந்த தொலைவு}}{\text{நேரம்}}$

நேரம் $= \dfrac{\text{கடந்த தொலைவு}}{\text{வேகம்}}$

நேரம் $= \dfrac{90}{s}$

வேகம் 15 கி.மீ/மணி அதிகரிக்கப்பட்ட பின்னர் நேரம் $= \dfrac{90}{s+15}$

கொடுக்கப்பட்டது $\dfrac{90}{s} - \dfrac{90}{s+15} = \dfrac{1}{2}$ மணி

$$90 \times \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s+15}\right) = \frac{1}{2}$$

$$90 \times \left(\frac{s+15-s}{s\times(s+15)}\right) = \frac{1}{2}$$

$$90 \times 2 \times \left(\frac{15}{s^2+15s}\right) = 1$$

$$90 \times 2 \times 15 = s^2 + 15s$$
$$2700 = s^2 + 15s$$
$$0 = s^2 + 15s - 2700$$

$s^2 + 15s - 2700 = 0$ இதை காரணிபடுத்த

$(s+60)(s-45) = 0$

$(s+60) = 0$ அல்லது $(s-45) = 0$

$\therefore\ s = -60$ $\qquad s = 45$

வேகம் என்பது எப்போதும் மிகை எனவே $s = -60$ என்பது பொருந்தாது

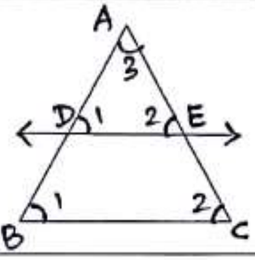
$\therefore$ பேருந்தின் உண்மையான வேகம் $= 45$ கி.மீ / மணி

1.அடிப்படை விகிதசம் தேற்றம் (அ) தேல்ஸ் தேற்றம்.

கூற்று: ஒரு நேர்கோடு முக்கோணத்தின் ஒரு பக்கத்திற்கு இணையாகவும் மற்ற இரு பக்கங்களை வெட்டுமாறு வரையப்பட்டால் அக்கோடு அவ்விரு பக்கங்களையும் சம விகிதத்தில் பிரிக்கும்.

தரவு: ΔABC ல், AB மீது புள்ளி D, AC மீது புள்ளி E உள்ளது.

நிரூபிக்க: $\dfrac{AD}{DB} = \dfrac{AE}{EC}$



அமைப்பு: DE ∥ BC வரைக.

	கூற்று	காரணம்
1	∠ABC = ∠ADE = ∠1.	ஒத்த கோணங்கள் சமம்.
2	∠ACB = ∠AED = ∠2	ஒத்த கோணங்கள் சமம்.
3	∠DAE = ∠BAC = ∠3	இருமுக்கோணமும் பொதுகோணம் பெற்றுள்ளது.
4	ΔABC ~ ΔADE	AAA விதிமுறைப்படி
5	$\dfrac{AB}{AD} = \dfrac{AC}{AE}$	ஒத்த பக்கங்கள் விகிதசமம்.
6	$\dfrac{AD+DB}{AD} = \dfrac{AE+EC}{AE}$	தரவு அடிப்படையில்.
7	$1+\dfrac{DB}{AD} = 1+\dfrac{EC}{AE}$	சுருக்குதல்.
8	$\dfrac{DB}{AD} = \dfrac{EC}{AE}$	இருபுறமும் 1 ஐ நீக்குதல்
9	$\dfrac{AD}{DB} = \dfrac{AE}{EC}$	தலைகீழாக மாற்றுக தேற்றம் நிரூபிக்கப்பட்டது

கோண இருசமவெட்டி தேற்றம்

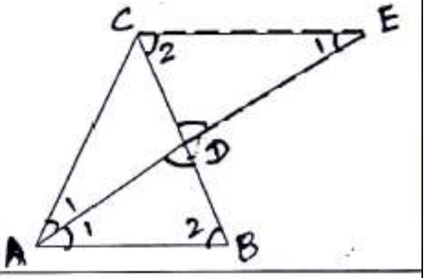
கூற்று: ஒரு முக்கோணத்தின் ஒரு கோணத்தின் உட்புற இருசமவெட்டியானது அக்கோணத்தின் எதிர் பக்கத்தை உட்புறமாக அக்கோணத்தினை அடங்கிய பக்கங்களின் விகிதத்தில் பிரிக்கும்.

தரவு: ΔABC ல், AD யானது $\angle A$ ன் உட்புற இருசமவெட்டி.

நிரூபிக்க: $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD}$

அமைப்பு: AB ‖ EC வரைக.

AD ஐ E வரை வரைக.



	கூற்று	காரணம்
1	$\angle AEC = \angle BAE = \angle 1$	ஒன்றுவிட்ட கோணம் சமம்
2	Δ ACE சமபக்க முக்கோணம்.	$\angle CAE = \angle CEA$
	AC = CE ------------(1)	
3	$\Delta ABD \sim \Delta ECD$	AA விதிமுறைப்படி
	$\frac{AB}{CE} = \frac{BD}{CD}$	
4	$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD}$	(1) லிருந்து AC = CE தேற்றம் நிரூபிக்கப்பட்டது.

பிதாகரஸ் தேற்றம்

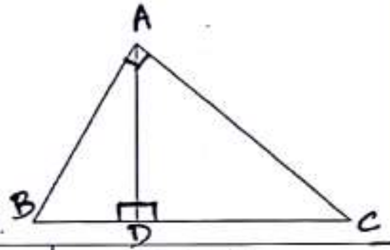
கூற்று: ஒரு செங்கோணமுக்கோத்தில் கர்ணத்தின் வர்க்கம் மற்ற இரு பக்கங்களின் வர்கங்களின் கூடுதலுக்கு சமம.

நிரூபணம்:

தரவு: ΔABC ல் $\angle A = 90'$

நிரூபிக்க: $AB^2 + AC^2 = BC^2$

அமைப்பு: AD ⊥ BC வரைக.



	கூற்று	காரணம்
1	ΔABC, ΔABD ல்	$\angle BAC = 90'$
	$\angle B$ பொதுவானது	$\angle BDA = 90'$
	$\angle BAC = \angle BDA = 90'$	
	$\Delta ABC \sim \Delta ABD$	AA விதிமுறைபடி
	$\frac{AB}{BD} = \frac{BC}{AB}$	
	$AB^2 = BC \times BD$ ————(1)	
2.	ΔABC, ΔADC ல்	$\angle BAC = 90'$
	$\angle C$ பொதுவானது.	$\angle ADC = 90'$
	$\angle BAC = \angle ADC = 90'$	
	$\Delta ABC \sim \Delta ADC$	AA விதிமுறைபடி
	$\frac{BC}{AC} = \frac{AC}{DC}$	
	$AC^2 = BC \times DC$ ————(2)	

(1)+(2) ==> $AB^2 + AC^2 = BC \times BD + BC \times DC$

$= BC\ (BD+DC)$

$= BC(BC)$

$AB^2 + AC^2 = BC^2$ தேற்றம் நிரூபிக்கப்பட்டது.

5.ஆயத்தொலை வடிவியல்

எ.கா: 5.6 $(8,6),(5,11),(-5,12)$ மற்றும் $(-4,3)$ ஆகிய புள்ளிகளை முனைகளாகக் கொண்ட நாற்கரத்தின் பரப்பைக் காண்க.

தீர்வு:-

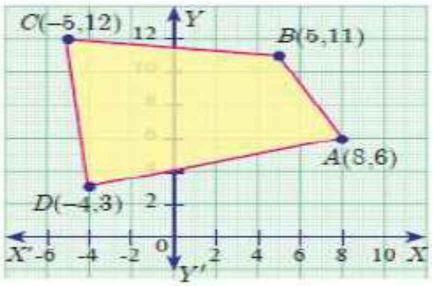
தரவு,

$(x_1, y_1) = (8,6)$

$(x_2, y_2) = (5,11)$

$(x_3, y_3) = (-5,12)$

$(x_4, y_4) = (-4,3)$



நாற்கரத்தின் பரப்பு $= \frac{1}{2}\begin{Bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_1 \end{Bmatrix}$

$= \frac{1}{2}\begin{Bmatrix} 8 & 5 & -5 & -4 & 8 \\ 6 & 11 & 12 & 3 & 6 \end{Bmatrix}$

$= \frac{1}{2}(88 + 60 - 15 - 24 - 30 + 55 + 48 - 24)$

$= \frac{1}{2}(251 - 93)$

$= \frac{158}{2}$

$= 79$ சதுர அலகுகள்

பயிற்சி 5.1

3) வரிசையில் அமைந்த முக்கோணத்தின் முனைப் புள்ளிகளும், அதன் பரப்பளவுகளும் அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. $'p'$ – யின் மதிப்பைக் காண்க.

எண்	முனைப்புள்ளிகள்	பரப்பு (சதுர அலகில்)
(i)	$(0,0),(p,8),(6,2)$	20

(i) **தரவு,**

$(x_1, y_1) = (0,0)$

$(x_2, y_2) = (p,8)$

$(x_3, y_3) = (6,2)$

முக்கோணத்தின் பரப்பு $= 20$ ச.அ

WKT, முக்கோணத்தின் பரப்பு $= \frac{1}{2}\begin{Bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{Bmatrix}$

$20 = \frac{1}{2}\begin{Bmatrix} 0 & p & 6 & 0 \\ 0 & 8 & 2 & 0 \end{Bmatrix}$

$20 \times 2 = 0 + 2p + 0 - 0 - 48 - 0$

$40 = 2p - 48$

$40 + 48 = 2p$

$88 = 2p$

$\frac{88}{2} = p$

$p = 44$

5) கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகளை முனைகளாகக் கொண்ட நாற்கரத்தின் பரப்பைக் காண்க.

(i) $(-9,-2),(-8,-4),(2,2)$ மற்றும் $(1,-3)$

(ii) $(-9,0),(-8,6),(-1,-2)$ மற்றும் $(-6,-3)$

தீர்வு:-

(i) **தரவு,** $(x_1, y_1) = (-9,-2)$, $(x_2, y_2) = (-8,-4)$; $(x_3, y_3) = (1,-3)$; $(x_4, y_4) = (2,\ 2)$

நாற்கரத்தின் பரப்பு $= \frac{1}{2}\begin{Bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_1 \end{Bmatrix}$

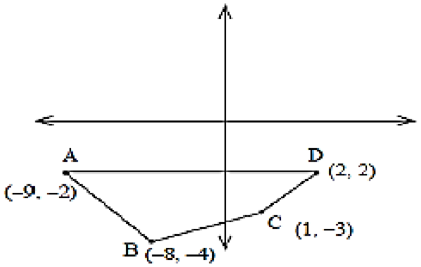
$= \frac{1}{2}\begin{Bmatrix} -9 & -8 & 1 & 2 & -9 \\ -2 & -4 & -3 & 2 & -2 \end{Bmatrix}$

$= \frac{1}{2}(36 + 24 + 2 - 4 - 16 + 4 + 6 + 18)$

$= \frac{1}{2}(90 - 20)$

$= \frac{70}{2}$

$= 35$ சதுர அலகுகள்



(ii) $(-9,0),(-8,6),(-1,-2)$ மற்றும் $(-6,-3)$

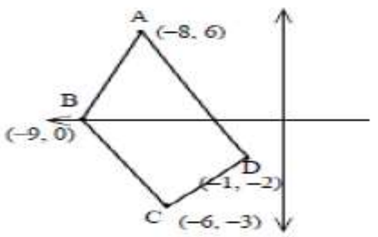
தரவு,

$(x_1,y_1)=(-9,0)$

$(x_2,y_2)=(-6,-3)$

$(x_3,y_3)=(-1,-2)$

$(x_4,y_4)=(-8,6)$



நாற்கரத்தின் பரப்பு $=\frac{1}{2}\begin{Bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_1 \end{Bmatrix}$

$=\frac{1}{2}\begin{Bmatrix} -9 & -6 & -1 & -8 & -9 \\ 0 & -3 & -2 & 6 & 0 \end{Bmatrix}$

$=\frac{1}{2}(27+12-6+0+0-3-16+54)$

$=\frac{1}{2}(93-25)$

$=\frac{68}{2}$

$=34$ சதுர அலகுகள்

6) $(-4,-2),(-3,k),(3,-2)$ மற்றும் $(2,3)$ ஆகிய புள்ளிகளை முனைகளாகக் கொண்ட நாற்கரத்தின் பரப்பு 28 ச.அலகுகள் எனில், k - யின் மதிப்பு காண்க. [PTA-5, S-20]

தீர்வு:-

தரவு, $(x_1,y_1)=(-4,-2)$, $(x_2,y_2)=(-3,k)$;

$(x_3,y_3)=(3,-2)$; $(x_4,y_4)=(2,3)$

நாற்கரத்தின் பரப்பு $=28$ ச.அலகுகள்

நாற்கரத்தின் பரப்பு $=\frac{1}{2}\begin{Bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_1 \end{Bmatrix}$

$28=\frac{1}{2}\begin{Bmatrix} -4 & -3 & 3 & 2 & -4 \\ -2 & k & -2 & 3 & -2 \end{Bmatrix}$

$2 \times 28 = -4k+6+9-4-6-3k+4+12$

$56=-7k+31-10$

$56=-7k+21$

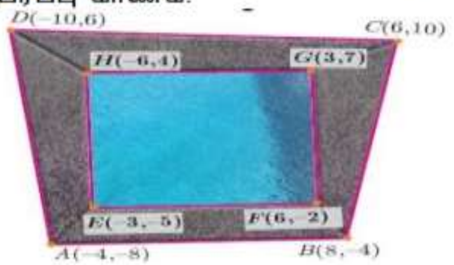
$7k=21-56$

$7k=-35$

$k=\frac{-35}{7}$

$k=-5$

9 நாற்கர வடிவ நீச்சல் குளத்தின் கான்கிரீட் உள்முற்றமானது படத்தில் காட்டியுள்ளபடி அமைக்கப்பட்டுள்ளது எனில், உள்முற்றத்தின் பரப்பு காண்க.



தீர்வு:-

தரவு,

$(x_1,y_1)=A(-4,-8)$

$(x_2,y_2)=B(8,-4)$

$(x_3,y_3)=C(6,10)$

$(x_4,y_4)=D(-10,6)$

நாற்கரம் ABCD -ன் பரப்பு $=\frac{1}{2}\begin{Bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_1 \end{Bmatrix}$

$=\frac{1}{2}\begin{Bmatrix} -4 & 8 & 6 & -10 & -4 \\ -8 & -4 & 10 & 6 & -8 \end{Bmatrix}$

$=\frac{1}{2}(16+80+36+80+64+24+100+24)$

$=\frac{424}{2}$

$=212$ சதுர அலகுகள்.

தரவு,

$(x_1,y_1)=E(-3,-5)$

$(x_2,y_2)=F(6,-2)$

$(x_3,y_3)=G(3,7)$

$(x_4,y_4)=H(-6,4)$

நாற்கரம் EFGH -ன் பரப்பு $=\frac{1}{2}\begin{Bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_1 \end{Bmatrix}$

$=\frac{1}{2}\begin{Bmatrix} -3 & 6 & 3 & -6 & -3 \\ -5 & -2 & 7 & 4 & -5 \end{Bmatrix}$

$=\frac{1}{2}(6+42+12+30+30+6+42+12)$

$=\frac{180}{2}$

$=90$ சதுர அலகுகள்.

உள்முற்றத்தின் பரப்பு = நாற்கரம் ABCD -ன் பரப்பு – நாற்கரம் EFGH -ன் பரப்பு

$=212-90$

$=122$ சதுர அலகுகள்.

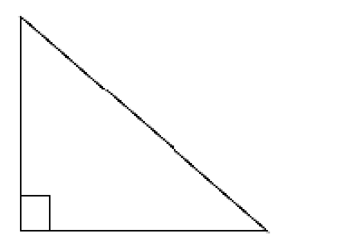
பயிற்சி 5.2

9) கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகள் செங்கோண முக்கோணத்தை அமைக்கும் எனக் காட்டுக. மேலும் பிதாகரஸ் தேற்றத்தை நிறைவு செய்யுமா என ஆராய்க.

(i) $A(1,-4), B(2,-3)$ மற்றும் $C(4,-7)$

$(x_1, y_1) = A(1,-4)$

$(x_2, y_2) = B(2,-3)$ $(x_3, y_3) = C(4,-7)$



WKT, சாய்வு,

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

AB - ன் சாய்வு, $= \frac{-3-(-4)}{2-1} = \frac{-3+4}{1} = 1$

BC - ன் சாய்வு, $= \frac{-7-(-3)}{4-2} = \frac{-7+3}{2} = \frac{-4}{2} = -2$

AC - ன் சாய்வு, $= \frac{-7-(-4)}{4-1} = \frac{-7+4}{3} = \frac{-3}{3} = -1$

இங்கு,

AB - ன் சாய்வு x AC - ன் சாய்வு $= 1 \times -1 = -1$

AB - ஆனது AC க்கு செங்குத்து.

$\angle A = 90^o$

BC - என்பது கர்ணம்.

∴ ΔABC ஆனது செங்கோண முக்கோணம் ஆகும்.

WKT, $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$AB = \sqrt{(2-1)^2 + [-3-(-4)]^2}$

$= \sqrt{(1)^2 + [-3+4]^2}$

$= \sqrt{(1)^2 + [1]^2}$

$= \sqrt{1+1}$

$= \sqrt{2}$

$BC = \sqrt{(4-2)^2 + [-7-(-3)]^2}$

$= \sqrt{(2)^2 + [-7+3]^2}$

$= \sqrt{4 + [-4]^2}$

$= \sqrt{4+16}$

$= \sqrt{20}$

$AC = \sqrt{(4-1)^2 + [-7-(-4)]^2}$

$= \sqrt{(3)^2 + [-7+4]^2}$

$= \sqrt{9 + [-3]^2}$

$= \sqrt{9+9}$

$= \sqrt{18}$

ΔABC இல், பிதாகரஸ் தேற்றப்படி,

$BC^2 = AB^2 + AC^2$

$\sqrt{20}^2 = \sqrt{2}^2 + \sqrt{18}^2$

$20 = 2 + 18$

$20 = 20$

∴ ΔABC பிதாகரஸ் தேற்றத்தை நிறைவு செய்கிறது.

பயிற்சி 5.2

11) $A(2,2),\ B(-2,-3),\ C(1,-3)$ மற்றும் $D(x,y)$ ஆகிய புள்ளிகள் இணைகரத்தை அமைக்கும் எனில், x மற்றும் y – யின் மதிப்பைக் காண்க.

தீர்வு:-

WKT, சாய்வு, $m = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

$A(2,2),\ B(-2,-3),\ C(1,-3)$ மற்றும் $D(x,y)$ ஆகிய புள்ளிகள் இணைகரத்தை அமைக்கும் எனில்,

AB மற்றும் CD ஆகியன இணை.

$\Rightarrow$ AB - ன் சாய்வு $= CD$ - ன் சாய்வு

$$\frac{-3-2}{-2-2} = \frac{y-(-3)}{x-1}$$

$$\frac{-5}{-4} = \frac{y+3}{x-1}$$

$5(x-1) = 4(y+3)$

$5x - 5 = 4y + 12$

$5x - 4y = 12 + 5$

$5x - 4y = 17 \rightarrow (1)$

BC மற்றும் AD ஆகியன இணை.

$\Rightarrow$ BC - ன் சாய்வு $= AD$ - ன் சாய்வு

$$\frac{-3-(-3)}{1-(-2)} = \frac{y-2}{x-2}$$

$$\frac{-3+3}{1+2} = \frac{y-2}{x-2}$$

$$\frac{0}{3} = \frac{y-2}{x-2}$$

$$0 = \frac{y-2}{x-2}$$

$$0(x-2) = y-2$$

$$0 = y-2$$

$$y = 2$$

$y = 2$ ஐ சமன்பாடு (1) இல் 21பிரதியிட,

$$5x - 4(2) = 17$$

$$5x - 8 = 17$$

$$5x = 17 + 8$$

$$5x = 25$$

$$x = \frac{25}{5}$$

$$x = 5$$

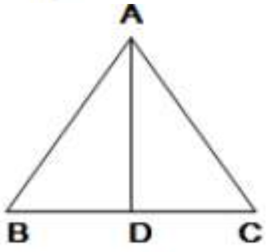
$\therefore$ $x = 5$, $y = 2$

பயிற்சி 5.3

9) $A(6,2), B(-5,-1)$ மற்றும் $C(1,9)$ - ஐ முனைகளாகக் கொண்ட ΔABC–யின் முனை A–யிலிருந்து வரையப்படும் நடுக்கோடு மற்றும் குத்துக்கோட்டின் சமன்பாடுகளைக் காண்க. [PTA-6]

தீர்வு:-

நடுகோடு AD - இன் சமன்பாடு:-



WKT, நடுப்புள்ளி $= \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$

BC – இன் நடுப்புள்ளி, $D = \left(\frac{-5+1}{2}, \frac{-1+9}{2}\right)$

$$= \left(\frac{-4}{2}, \frac{8}{2}\right)$$

$$= D(-2,4)$$

இங்கு, $(x_1, y_1) = A(6,\ 2)$

$(x_2, y_2) = D(-2,4)$

தேவையான நடுக்கோடு AD – இன் சமன்பாடு

$$\frac{y-y_1}{y_2-y_1} = \frac{x-x_1}{x_2-x_1}$$

$$\frac{y-2}{4-2} = \frac{x-6}{-2-6}$$

$$\frac{y-2}{2} = \frac{x-6}{-8}$$

$$\frac{-8}{2}(y-2) = x-6$$

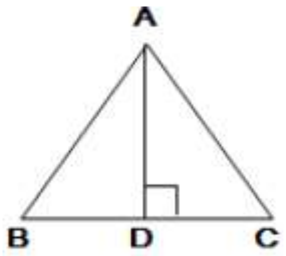
$$-4(y-2) = x-6$$

$$-4y + 8 = x-6$$

$$x - 6 + 4y - 8 = 0$$

$$x + 4y - 14 = 0$$

குத்துக்கோடு AD - இன் சமன்பாடு:-



WKT, சாய்வு, $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

BC – இன் சாய்வு $= \frac{9-(-1)}{1-(-5)} = \frac{9+1}{1+5} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$

குத்துக்கோடு AD – இன் சாய்வு,

$m = \frac{-3}{5}$

மேலும், $(x_1, y_1) = A(6,\ 2)$

தேவையான குத்துக்கோடு AD – இன் சமன்பாடு,

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 2 = \frac{-3}{5}(x - 6)$$

$$5(y - 2) = -3(x - 6)$$

$$5y - 10 = -3x + 18$$

$$5y - 10 + 3x - 18 = 0$$

$$3x + 5y - 28 = 0$$

11) நீங்கள் ஒரு பாடலை பதிவிறக்கம் செய்யும் போது, x வினாடிகளுக்குப் பிறகு பதிவிறக்கம் செய்யப்பட வேண்டிய மீதமுள்ள பாடலின் சதவீதம் (மெகா பைட்டில்) y ஆனது (தசமத்தில்) $y = -0.1x + 1$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலம் குறிக்கப்பட்டால்,

(i) சமன்பாட்டின் வரைபடம் வரைக.

(ii) பாடலின் மொத்த MB அளவைக் காண்க.

(iii) 75% பாடலைப் பதிவிறக்கம் செய்ய எவ்வளவு வினாடிகள் ஆகும்?

(iv) எத்தனை வினாடிகள் கழித்து பாடல் முழுமையாக பதிவிறக்கம் செய்யப்படும்?

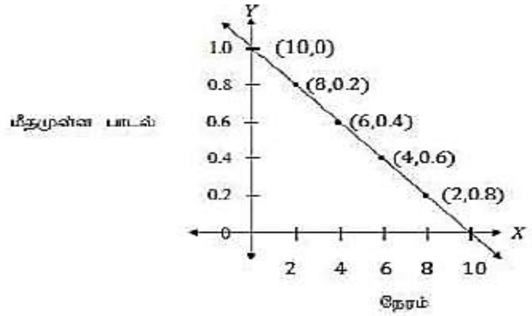
தீர்வு:-

(i) **தரவு**, $y = -0.1x + 1$

x என்பது நேரம் (வினாடியில்)

y என்பது மீதமுள்ள பாடலின் சதவீதம் (மெகா பைட் MB)

x	0	2	4	6	8	10
y	$-0.1(0)+1$	$-0.1(2)+1$	$-0.1(4)+1$	$-0.1(6)+1$	$-0.1(8)+1$	$-0.1(10)+1$
y	1	0.8	0.6	0.4	0.2	0



(ii) $y = -0.1x + 1$

$x = 0$ எனும் போது, $y = -0.1(0) + 1 = 1$

∴ பாடலின் மொத்த MB அளவு $= 1$ MB

(iii) 75% பாடலைப் பதிவிறக்கம் செய்ய ஆகும் நேரம் கணக்கிட மீதமுள்ள பாடலின் சதவீதம் 25% என்பதால், $y = 0.25$ என $y = -0.1x + 1$ – இல் பிரதியிட வேண்டும்.

$$0.25 = -0.1x + 1$$
$$0.1x = -0.25 + 1$$
$$0.1x = 0.75$$
$$x = \frac{0.75}{0.1}$$
$$x = \frac{75}{10}$$
$$x = 7.5$$

∴ 75% பாடலைப் பதிவிறக்கம் செய்ய ஆகும் நேரம் $= 7.5$ வினாடிகள்

(iv) பாடலை முழுமையாக பதிவிறக்கம் செய்ய ஆகும் நேரம் கணக்கிட, $y = 0$ என $y = -0.1x + 1$ – இல் பிரதியிட வேண்டும்.

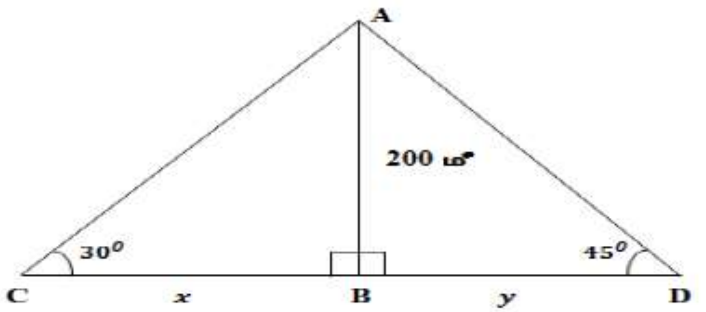
$$0 = -0.1x + 1$$
$$0.1x = 1$$
$$x = \frac{1}{0.1}$$
$$x = \frac{10}{1}$$
$$x = 10$$

∴ பாடலை முழுமையாக பதிவிறக்கம் செய்ய ஆகும் நேரம் $= 10$ வினாடிகள்.

6.முக்கோணவியல்

எ.கா-6.21 இரு கப்பல்கள் கலங்கரை விளக்கத்தின் இரு பக்கங்களிலும் கடலில் பயணம் செய்கின்றன. இரு கப்பல்களிலிருந்து கலங்கரை விளக்கத்தின் உச்சியின் ஏற்றக்கோணங்கள் முறையே 30° மற்றும் 45° ஆகும். கலங்கரை விளக்கத்தின் உயரம் 200 மீ எனில், இரு கப்பல்களுக்கு இடையே உள்ள தொலைவைக் காண்க. $(\sqrt{3} = 1.732)$ [PTA-5]

தீர்வு:-



$AB =$ கலங்கரை விளக்கத்தின் உயரம் $= 200$மீ

$CD =$ இரு கப்பல்களுக்கு இடைப்பட்ட தொலைவு $= x + y$

செங்கோண ΔABC – இல்,

$$tan30^o = \frac{AB}{BC}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{200}{x}$$

$$x = 200\sqrt{3}$$

$$= 200 \text{ x } 1.732$$

$$x = 346.4 \text{ மீ}$$

செங்கோண ΔABD – இல்,

$$tan45^o = \frac{AB}{BD}$$

$$1 = \frac{200}{y}$$

$$y = 200 \text{ மீ}$$

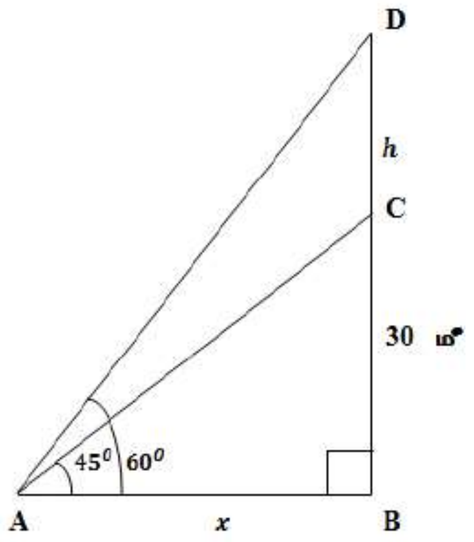
∴ இரு கப்பல்களுக்கு இடைப்பட்ட தொலைவு $= x + y$

$$= 346.4 + 200$$

$$= 546.4 \text{ மீ}$$

எ.கா-6.22 தரையின் மீது ஒரு புள்ளியிலிருந்து 30 மீ உயரமுள்ள கட்டடத்தின் மேலுள்ள ஒரு கோபுரத்தின் அடி மற்றும் உச்சியின் ஏற்றக்கோணங்கள் முறையே 45° மற்றும் 60° எனில், கோபுரத்தின் உயரத்தைக் காண்க. $(\sqrt{3} = 1.732)$

தீர்வு:-



$BC =$ கட்டடட்தின் உயரம்

உயரம் $= 30$ மீ

$CD =$ கோபுரத்தின் உயரம் $= h$ என்க.

$AB = x$ என்க.

செங்கோண ΔABC – இல்,

$$tan45^o = \frac{BC}{AB}$$

$$1 = \frac{30}{x}$$

$$x = 30$$

செங்கோண ΔABD – இல்,

$$tan60^o = \frac{BD}{AB}$$

$$\sqrt{3} = \frac{30 + h}{x}$$

$$x\sqrt{3} = 30 + h$$

$$30\sqrt{3} = 30 + h$$

$$30\sqrt{3} - 30 = h$$

$$30(\sqrt{3} - 1) = h$$

$$h = 30(1.732 - 1)$$

$$h = 30(0.732)$$

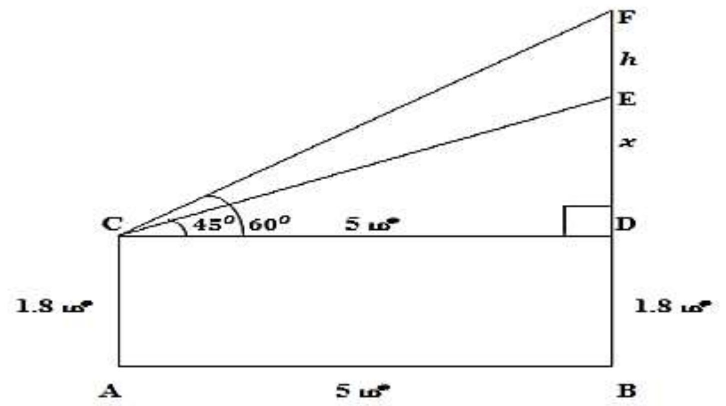
$$h = 21.96 \text{ மீ}$$

∴ கோபுரத்தின் உயரம், $h = 21.96$ மீ

பயிற்சி 6.2

3) ஒருவர் அவருடைய வீட்டிற்கு வெளியில் நின்று கொண்டு ஒரு ஜன்னலின் உச்சி மற்றும் அடி ஆகியவற்றை முறையே 60° மற்றும் 45° ஆகிய ஏற்றக்கோணங்களில் காண்கிறார். அவரின் உயரம் 180 செ.மீ. மேலும் வீட்டிலிருந்து 5 மீ தொலைவில் அவர் உள்ளார் எனில், ஜன்னலின் உயரத்தைக் காண்க. $(\sqrt{3} = .732)$

தீர்வு:-



$AC = BD =$ காண்பவரின் உயரம் $= 180$ செ.மீ $= 1.8$ மீ

$AB = CD =$ காண்பவருக்கும் சுவருக்கும் இடையே உள்ள தொலைவு $= 5$ மீ.

$EF =$ ஜன்னலின் உயரம் $= h$ என்க.

$DE = x$ என்க.

செங்கோண ΔCDE – இல்,

$$tan45^o = \frac{\text{எதிர்ப்பக்கம்}}{\text{அடுத்துள்ள பக்கம்}} = \frac{ED}{CD}$$

$$1 = \frac{x}{5}$$

$$x = 5$$

செங்கோண ΔCDF – இல்,

$$tan60^o = \frac{\text{எதிர்ப்பக்கம்}}{\text{அடுத்துள்ள பக்கம்}} = \frac{FD}{CD}$$

$$\sqrt{3} = \frac{x+h}{5}$$

$$5\sqrt{3} = 5 + h$$

$$5\sqrt{3} - 5 = h$$

$$5(\sqrt{3} - 1) = h$$

$$5(1.732 - 1) = h$$

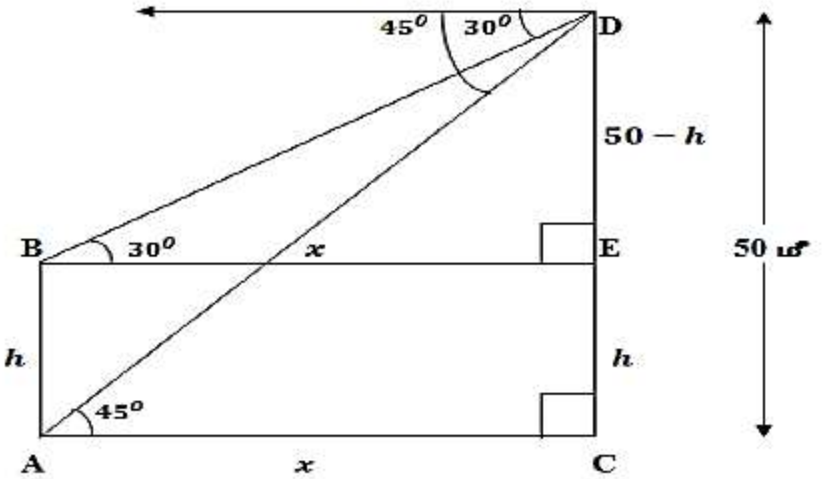
$$5(0.732) = h$$

$$h = 3.66 \text{ மீ}$$

∴ ஜன்னலின் உயரம், $h = 3.66$ மீ

<u>எ.கா-6.28</u> 50 மீ உயரமுள்ள ஒரு கோபுரத்தின் உச்சியிலிருந்து ஒரு மரத்தின் உச்சி மற்றும் அடி ஆகியவற்றின் இறக்கக்கோணங்கள் முறையே 30° மற்றும் 45° எனில், மரத்தின் உயரத்தைக் காண்க. $(\sqrt{3} = 1.732)$

தீர்வு:-



$AB = CE =$ மரத்தின் உயரம் $= h$ என்க.

$CD =$ கோபுரத்தின் உயரம் $= 50$ மீ

$AC = BE =$ மரத்திற்கும் கோபுரத்திற்கும் இடைப்பட்ட தொலைவு $= x$ என்க.

செங்கோண ΔACD – இல்,

$$tan45^o = \frac{DC}{AC}$$
$$1 = \frac{50}{x}$$
$$x = 50$$

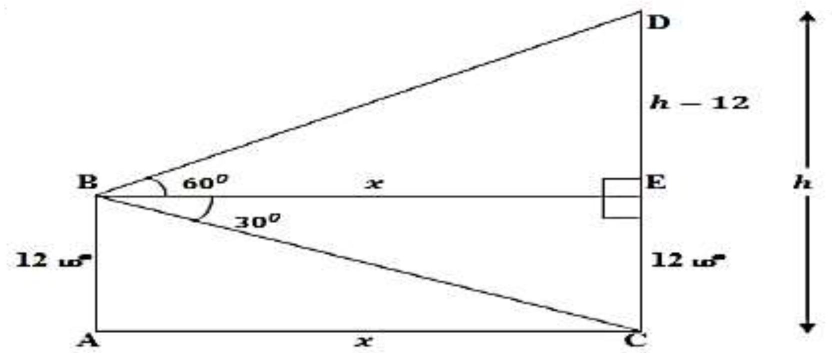
செங்கோண ΔBED – இல்,

$$tan30^o = \frac{DE}{BE}$$
$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{50-h}{x}$$
$$x = \sqrt{3}(50-h)$$
$$50 = \sqrt{3}(50-h)$$
$$50 = 50\sqrt{3} - \sqrt{3}h$$
$$\sqrt{3}h = 50\sqrt{3} - 50$$
$$h = \frac{50(\sqrt{3}-1)}{\sqrt{3}}$$
$$h = \frac{50(\sqrt{3}-1)}{\sqrt{3}} \text{ x } \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$
$$h = \frac{50\left(\sqrt{3}^2 - \sqrt{3}\right)}{\sqrt{3}^2}$$
$$h = \frac{50(3-1.732)}{3}$$
$$h = \frac{50(1.268)}{3}$$
$$h = \frac{63.4}{3}$$
$$h = 21.13 \text{ மீ}$$

∴ மரத்தின் உயரம், $h = 21.13$ மீ.

எ.கா-6.31 12 மீ உயரமுள்ள கட்டிடத்தின் உச்சியிலிருந்து மின்சாரக் கோபுர உச்சியின் ஏற்றக்கோணம் 60^0 மற்றும் அதன் அடியின் இறக்கக்கோணம் 30^0 எனில், மின்சாரக் கோபுரத்தின் உயரத்தைக் காண்க.

தீர்வு:-



$AB = CE =$ கட்டடத்தின் உயரம் $= 12$ மீ

$CD =$ மின் கோபுரத்தின் உயரம் $= h$ என்க.

$AC = BE = x$ என்க.

செங்கோண ΔBCE – இல்,

$$tan30^o = \frac{EC}{BE}$$
$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{12}{x}$$
$$x = 12\sqrt{3}$$

செங்கோண ΔBED – இல்,

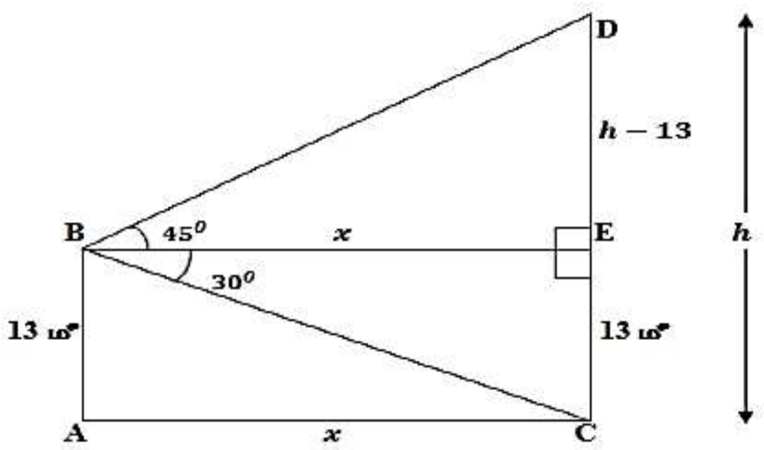
$$tan60^o = \frac{DE}{BE}$$
$$\sqrt{3} = \frac{h-12}{x}$$
$$\sqrt{3}\,x = h - 12$$
$$12\sqrt{3}\sqrt{3} = h - 12$$
$$12(3) = h - 12$$
$$36 + 12 = h$$
$$h = 48 \text{ மீ}$$

∴ மின் கோபுரத்தின் உயரம், $h = 48$ மீ

பயிற்சி 6.4

1) 13 மீ உயரமுள்ள ஒரு மரத்தின் உச்சியிலிருந்து மற்றொரு மரத்தின் உச்சி மற்றும் அடியின் ஏற்றக்கோணம் மற்றும் இறக்கக்கோணம் 45° மற்றும் 30° எனில், இரண்டாவது மரத்தின் உயரத்தைக் காண்க.

தீர்வு:-



$AB = CE =$ முதல் மரத்தின் உயரம் $= 13$ மீ

$CD =$ இரண்டாவது மரத்தின் உயரம் $= h$ என்க.

$AC = BE = x$ என்க.

செங்கோண ΔBCE – இல்,

$$tan30^o = \frac{EC}{BE}$$
$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{13}{x}$$
$$x = 13\sqrt{3}$$

செங்கோண ΔBED – இல்,

$$tan45^o = \frac{DE}{BE}$$
$$1 = \frac{h-13}{x}$$
$$x = h - 13$$
$$13\sqrt{3} = h - 13$$
$$13\sqrt{3} + 13 = h$$
$$h = 13\sqrt{3} + 13$$
$$h = 13(\sqrt{3}+1)$$
$$h = 13(1.732+1)$$
$$h = 13(2.732)$$
$$h = 35.516$$
$$h = 35.52 \text{ மீ}$$

∴ இரண்டாவது மரத்தின் உயரம், $h = 35.52$ மீ

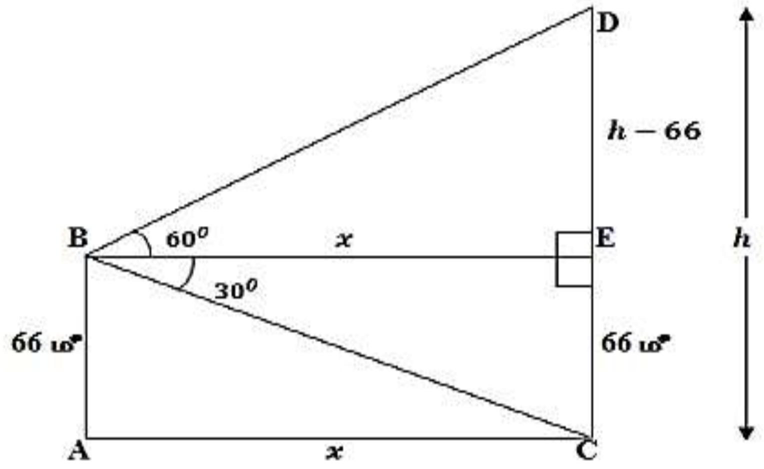
5) 66 மீ உயரமான அடுக்குமாடிக் குடியிருப்பின் உச்சியிலிருந்து ஒரு விளக்குக் கம்பத்தின் உச்சி மற்றும் அடியின் ஏற்றக்கோணம் மற்றும் இறக்கக்கோணம் முறையே 60^0 மற்றும் 30^0 எனில், பின்வருவனவற்றைக் காண்க. $(\sqrt{3} = 1.732)$

(i) விளக்குக்கம்பத்தின் உயரம்.

(ii) விளக்குக் கம்ப உயரத்திற்கும் அடுக்குமாடியின் உயரத்திற்கும் இடையேயுள்ள வித்தியாசம்.

(iii) விளக்குக்கம்பத்திற்கும் அடுக்குமாடிக்கும் இடையே உள்ள தொலைவு.

தீர்வு:-



$AB = CE =$ அடுக்கு மாடிக் குடியிருப்பின் உயரம் $= 66$ மீ

$CD =$ விளக்குக் கம்பத்தின் உயரம் $= h$ என்க.

$AC = BE =$ விளக்குக்கம்பத்திற்கும் அடுக்குமாடிக்கும் இடையே உள்ள தொலைவு $= x$ என்க.

$DE =$ விளக்குக் கம்ப உயரத்திற்கும் அடுக்குமாடியின் உயரத்திற்கும் இடையேயுள்ள வித்தியாசம் $= h - 66$ என்க.

செங்கோண ΔBCE – இல்,

$$tan30^o = \frac{EC}{BE}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{66}{x}$$

$$x = 66\sqrt{3}$$

$$x = 66(1.732)$$

$x = 114.312$ மீ

செங்கோண ΔBED – இல்,

$$tan60^o = \frac{DE}{BE}$$

$$\sqrt{3} = \frac{h-66}{x}$$

$$\sqrt{3}x = h - 66$$

$$66\sqrt{3}\sqrt{3} = h - 66$$

$$66(3) + 66 = h$$

$$198 + 66 = h$$

$h = 264$ மீ

(i) விளக்குக்கம்பத்தின் உயரம், $h = 264$ மீ

(ii) விளக்குக் கம்ப உயரத்திற்கும் அடுக்குமாடியின் உயரத்திற்கும் இடையேயுள்ள வித்தியாசம், $= h - 66$

$= 264 - 66 = 198$ மீ

(iii) விளக்குக்கம்பத்திற்கும் அடுக்குமாடிக்கும் இடையே உள்ள தொலைவு, $x = 114.312$ மீ

7–அளவியல்

எ.கா : 7.11 ஓர் உள்ளீடற்ற அரைக்கோள ஓட்டின் உள் மற்றும் வெளிப்புற ஆரங்கள் முறையே 3 மீ மற்றும் 5 மீ ஆகும். ஓட்டின் மொத்தப்புறப்பரப்பு மற்றும் வளைபரப்பைக் காண்க.

தீர்வு:-

தரவு, உள் ஆரம், $r = 3$ மீ

வெளி ஆரம், $R = 5$ மீ

உள்ளீடற்ற அரைக்கோளத்தின் வளைபரப்பு

$$= 2\pi(R^2 + r^2)$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times (5^2 + 3^2)$$

$$= \frac{44}{7} \times (25 + 9)$$

$$= \frac{44 \times 34}{7}$$

$= 213.71$ ச.மீ

உள்ளீடற்ற அரைக்கோளத்தின் மொத்தப் புறப்பரப்பு,

$$= \pi(3R^2 + r^2)$$

$$= \frac{22}{7} \times [3(5)^2 + 3^2]$$

$$= \frac{22}{7} \times (75 + 9)$$

$$= \frac{22 \times 84}{7}$$

$$= 22 \times 12$$

$= 264$ ச.மீ

பயிற்சி 7.1

2) ஒரு திண்ம இரும்பு உருளையின் மொத்தப்புறப்பரப்பு 1848 ச.மீ. மேலும் அதன் வளைபரப்பு மொத்தப்புறப்பரப்பில் ஆறில் ஐந்து பங்காகும் எனில், இரும்பு உருளையின் ஆரம் மற்றும் உயரம் காண்க.

தீர்வு:-

உருளையின் மொத்தப்பரப்பு $= 1848$ ச.மீ

$\Rightarrow 2\pi r(h + r) = 1848 \rightarrow (1)$

தரவு,

உருளையின் வளைபரப்பு $= \frac{5}{6}$ உருளையின் மொத்தப்பரப்பு

$$= \frac{5 \times 1848}{6}$$

$$= 5 \times 308$$

$= 1540$ ச.மீ

$2\pi rh = 1540$ ச.மீ $\rightarrow (2)$

(1) லிருந்து, $2\pi r(h + r) = 1848$

$$2\pi rh + 2\pi r^2 = 1848$$

$$1540 + 2\pi r^2 = 1848$$

$$2\pi r^2 = 1848 - 1540$$

$$2\pi r^2 = 308$$

$$2 \text{ x} \frac{22}{7} \text{x} r^2 = 308$$

$$r^2 = \frac{308 \text{ x } 7}{2 \text{ x } 22}$$

$$r^2 = 49$$

$r = 7$ செ.மீ

(2) லிருந்து, $2\pi rh = 1540$

$$2 \text{ x} \frac{22}{7} \text{x } 7 \text{ x } h = 1540$$

$$h = \frac{1540}{2 \text{ x } 22}$$

$h = 35$ செ. மீ

∴ இரும்பு உருளையின் ஆரம், $r = 7$ செ.மீ

இரும்பு உருளையின் உயரம், $h = 35$ செ. மீ

---

9) உள்ளீடற்ற ஓர் அரைக்கோள வடிவக் கிண்ணத்திற்கு ஒரு சதுர செ.மீ-க்கு வர்ணம் பூச ரூ. 0.14 வீதம் செலவாகும். அதன் உட்புற மற்றும் வெளிப்புற விட்டங்கள் முறையே 20 செ.மீ மற்றும் 28 செ.மீ எனில், அதனை முழுமையாக வர்ணம் பூச எவ்வளவு செலவாகும்?

தீர்வு:-

தரவு, உள் விட்டம் $= 20$ செ.மீ

உள் ஆரம், $r = 10$ செ.மீ

வெளி விட்டம் $= 28$ செ.மீ

வெளி ஆரம், $R = 14$ செ.மீ

உள்ளீடற்ற அரைக்கோள வடிவக் கிண்ணத்தின் மொத்தப் புறப்பரப்பு

$$= \pi(3R^2 + r^2)$$

$$= \frac{22}{7} \text{ x } [3(14)^2 + 10^2]$$

$$= \frac{22}{7} \text{ x } [3 \text{ x } 196 + 100]$$

$$= \frac{22}{7} \text{ x } (588 + 100)$$

$$= \frac{22 \text{ x } 688}{7}$$

$$= \frac{15136}{7}$$

$= 2162.16$ ச.மீ

தரவு,

1 ச.செ.மீ-க்கு வர்ணம் பூச ஆகும் செலவு $=$ ரூ. $0.14 = \frac{14}{100}$

∴ முழுமையாக வர்ணம் பூச ஆகும் செலவு

$$= \frac{15136}{7} \text{ x } \frac{14}{100}$$

$$= \frac{30272}{100}$$

$=$ ரூ. 302.72

10) படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ள மேஜை விளக்கின் வெளிப்புறத்திற்கு (மேல்பகுதியுடன்) மட்டும் வர்ணம் பூசப்படுகிறது. 1 ச.செ.மீ வர்ணம் பூச ரூ. 2 செலவாகுமெனில் விளக்கிற்கு வர்ணம் பூசுவதற்கான மொத்தச் செலவைக் கணக்கிடுக.

தீர்வு:-

தரவு, மேற்புற ஆரம், $r = 6$ செ.மீ

அடிப்புற ஆரம், $R = 12$ செ.மீ

உயரம், $h = 8$ செ.மீ

சாயுயரம் $l = \sqrt{h^2 + (R-r)^2} = \sqrt{8^2 + (12-6)^2} = \sqrt{8^2 + 6^2}$

$= \sqrt{64 + 36} = \sqrt{100}$

$l = 10$ செ.மீ

∴ தேவையான பரப்பு = இடைக்கண்டத்தின் வளைபரப்பு + மேல்பகுதி வட்டத்தின் பரப்பு

$= \pi l(R + r) + \pi r^2$

$= \pi[l(R + r) + r^2]$

$= \frac{22}{7} \text{ x } [10\,(12 + 6) + 6^2]$

$= \frac{22}{7} \text{ x } [10\,(18) + 36]$

$= \frac{22}{7} \text{ x } [180 + 36]$

$= \frac{22}{7} \text{ x } 216$

$= \frac{4752}{7}$

$= 678.86$ ச. செ.மீ

தரவு, 1 ச.செ.மீ பரப்பில் வர்ணம் பூச ஆகும் செலவு = ரூ. 2

∴ விளக்கிற்கு வர்ணம் பூசுவதற்கான மொத்தச் செலவு,

= ரூ. 2 x 678.86

= ரூ. 1357.72

பயிற்சி 7.2

10) உயரம் 16 செ.மீ உடைய ஒரு கூம்பின் இடைக்கண்ட வடிவில் அமைந்த கொள்கலன் ஒன்றின் மேற்புறம் திறந்த நிலையில் உள்ளது. கீழ்ப்புற ஆரம் 8 செ.மீ மற்றும் மேற்புற ஆரம் 20 செ.மீ கொண்ட கொள்கலனில் முழுமையாகப் பால் நிரப்பப்படுகிறது. ஒரு லிட்டர் பாலின் விலை ரூ.40 எனில், நிரப்பப்படும் பாலின் மொத்த விலையைக் காண்க.

தீர்வு:-

தரவு, $R = 20$செ.மீ

$r = 8$ செ.மீ

$h = 16$செ.மீ

இடைக்கண்டத்தின்கொள்ளளவு $= \frac{\pi h}{3}(R^2 + r^2 + Rr)$

$= \frac{22 \text{ x } 16}{7 \text{ x } 3}[(20)^2 + (8)^2 + 20 \text{ x } 8]$

$= \frac{352}{21}(400 + 64 + 160)$

$= \frac{352 \text{ x } 624}{21}$

$= \frac{352 \times 208}{21}$

$= \frac{73216}{21}$

$= 10459.4$ க.செ.மீ

$= \frac{10459.4}{1000}$ லிட்டர்

$= 10.4594$ லிட்டர்

தரவு, ஒரு லிட்டர் பாலின் விலை = ரூ.40.

∴ நிரப்பப்படும் பாலின் மொத்த விலை $= 10.4594 \times 40$

$= 418.377$

$=$ ரூ. 418.38

எ.கா : 7.25 ஒரு கனச்செவ்வகத்தின் மீது அரை உருளை உள்ளவாறு ஒரு நகைப்பெட்டி (படத்தில்) உள்ளது. கனச் செவ்வகத்தின் பரிமாணங்கள் 30 செ.மீ x 15 செ.மீ x 10 செ.மீ எனில், நகைப்பெட்டியின் கன அளவு காண்க.

கனசெவ்வகம்:-

நீளம், $l = 30$ செ.மீ

அகலம் $b = 15$ செ.மீ

உயரம் $h_1 = 10$ செ.மீ

உருளை:-

விட்டம் $= 15$ செ.மீ

ஆரம், $r = \frac{15}{2}$ செ.மீ

உயரம், $h_2 = 30$ செ.மீ

தீர்வு:-

தரவு,

கனசெவ்வகம்:-

நீளம், $l = 30$ செ.மீ

அகலம் $b = 15$ செ.மீ

உயரம் $h_1 = 10$ செ.மீ

உருளை:-

விட்டம் $= 15$ செ.மீ

ஆரம், $r = \frac{15}{2}$ செ.மீ

உயரம், $h_2 = 30$ செ.மீ

∴ நகைப்பெட்டியின் கன அளவு = கனச்செவ்வகத்தின் கன அளவு $+ \frac{1}{2}$ உருளையின் கன அளவு

$= l \times b \times h_1 + \frac{1}{2}\pi r^2 h_2$

$= 30 \times 15 \times 10 + \frac{1}{2} \times \frac{22}{7} \times \frac{15}{2} \times \frac{15}{2} \times 30$

$= 4500 + \frac{11 \times 15 \times 15 \times 15}{7 \times 2}$

$= 4500 + \frac{165 \times 225}{14}$

$= 4500 + \frac{37125}{14}$

$= 4500 + 2651.785$

$= 7151.785$ க.செ.மீ

பயிற்சி 7.3

4) ஒரு திண்மத்தின் அடிப்புறம் 6 செ.மீ ஆரம் உடைய அரைக்கோள வடிவிலும் மேற்புறம் 12 செ.மீ உயரமும் 6 செ.மீ ஆரமும் கொண்ட கூம்பு வடிவிலும் உள்ளது. முழுவதும் நீரால் நிரப்பப்பட்ட ஓர் உருளையின் அடிப்புறத்தைத் தொடுமாறு அத்திண்மம் வைக்கப்படும் போது வெளியேறும் நீரின் கனஅளவைக் காண்க.

ஒரு கூம்பு வெட்டி எடுக்கப்பட்டால் மீதமுள்ள திண்மத்தின் கன அளவு எவ்வளவு க.செ.மீ ஆகும்?

தீர்வு:-

உருளை:-	**கூம்பு**:-	**அரைக்கோளம்**:-
ஆரம் $r = 6$ செ.மீ	ஆரம் $r = 6$ செ.மீ	ஆரம் $r = 6$ செ.மீ
உயரம்$h = 18$ செ.மீ	உயரம்$H = 12$ செ.மீ	

∴ உருளையில் இருந்து வெளியேறும் நீரின் கனஅளவு

= அரைக்கோளதின் கனஅளவு + கூம்பின் கனஅளவு

$= \frac{2}{3}\pi r^3 + \frac{1}{3}\pi r^2 H$

$= \frac{1}{3}\pi r^2[2r + H]$

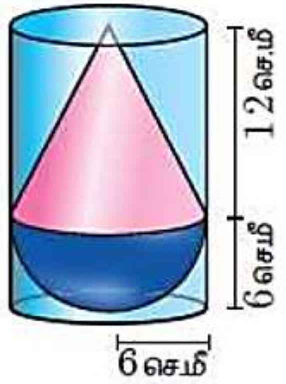
$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 6 \times 6\,[2 \times 6 + 12]$

$= \frac{22 \times 12}{7} \times [12 + 12]$

$= \frac{22 \times 12 \times 24}{7}$

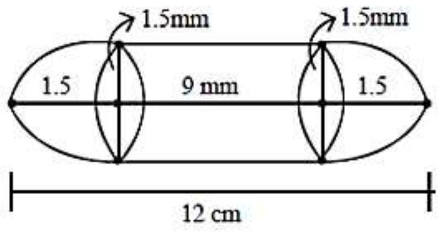
$= \frac{6336}{7}$

$= 905.14$ க.செ.மீ.



5) ஒரு மருந்துக்குப்பி, ஓர் உருளையின் இருபுறமும் அரைக்கோளம் இணைந்த வடிவில் உள்ளது. குப்பியின் மொத்த நீளம் 12 மி.மீ மற்றும் விட்டம் 3 மி.மீ எனில், அதில் அடைக்கப்படும் மருந்தின் கனஅளவைக் காண்க.

தீர்வு:-



தரவு, மருந்துக்குப்பியின் மொத்த நீளம் $= 12$ மி.மீ

உருளை:-	**அரைக்கோளம்**:-
விட்டம் $= 32929$ மி.மீ	விட்டம் $= 32929$ மி.மீ
ஆரம் $r = 1.5 = \frac{15}{10}$ மி.மீ	ஆரம் $r = 1.5 = \frac{15}{10}$ மி.மீ
உயரம் $h = 9$ மி.மீ	

∴ மருந்துக்குப்பியில் அடைக்கப்படும் மருந்தின் கன அளவு

= 2 x அரைக்கோளத்தின் கன அளவு + உருளையின் கன அளவு

$= 2 \times \frac{2}{3}\pi r^3 + \pi r^2 h$

$= \frac{4}{3}\pi r^3 + \pi r^2 h$

$= \pi r^2\left[\frac{4r}{3} + h\right]$

$= \frac{22}{7} \times \frac{15}{10} \times \frac{15}{10} \times \left[\frac{4 \times 15}{3 \times 10} + 9\right]$

$= \frac{99}{14} \times 11$

$= 77.79$ க.மி.மீ.

எ.கா : 7.17 ஓர் உள்ளீடற்ற உருளையின் உயரம், உட்புற மற்றும் வெளிப்புற ஆரங்கள் முறையே 9 செ.மீ, 21 செ.மீ மற்றும் 28 செ.மீ ஆகும். உருளையை உருவாக்கத் தேவைப்படும் இரும்பின் கன அளவைக் காண்க.

தீர்வு:-

தரவு, உயரம், $h = 9$ செ.மீ

உட்புற ஆரம், $r = 21$ செ.மீ

வெளிப்புற ஆரம், $R = 28$ செ.மீ

உள்ளீடற்ற உருளையை உருவாக்கத் தேவைப்படும் இரும்பின் கன அளவு,

$= \pi h(R^2 - r^2)$

$= \frac{22}{7} \times 9\,(28^2 - 21^2)$

$= \frac{198}{7}\,(784 - 441)$

$= \frac{198 \times 343}{7}$

$= 198 \times 49$

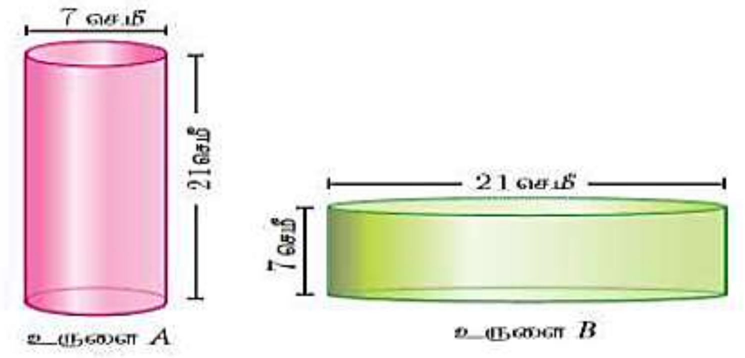
$= 9702$ க.செ.மீ

<u>எ.கா : 7.18</u> படத்தில் உள்ள உருளை A மற்றும் B – ல்,

(i) எந்த உருளையின் கன அளவு அதிகமாக இருக்கும்?

(ii) அதிக கன அளவு கொண்ட உருளையின் மொத்தப்புறப்பரப்பு அதிகமாக இருக்குமா எனச் சோதிக்க.

(iii) உருளை A மற்றும் B – ன் கன அளவுகளின் விகிதம் காண்க.



<u>தீர்வு</u>:-

(i) <u>தரவு</u>, விட்டம் $= 7$ செ.மீ

ஆரம், $r = \frac{7}{2}$ செ.மீ

உயரம், $h = 21$ செ.மீ

∴ உருளை A - ன் கன அளவு $= \pi r^2 h$

$= \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \times 21$

$= \frac{11 \times 7 \times 21}{2}$

$= \frac{1617}{2}$

$= 808.5$ க.செ.மீ

<u>தரவு</u>, விட்டம் $= 21$ செ.மீ

ஆரம், $r = \frac{21}{2}$ செ.மீ

உயரம், $h = 7$ செ.மீ

∴ உருளை B - ன் கன அளவு $= \pi r^2 h$

$= \frac{22}{7} \times \frac{21}{2} \times \frac{21}{2} \times 7$

$= \frac{11 \times 21 \times 21}{2}$

$= \frac{4851}{2}$

$= 2425.5$ க.செ.மீ

ஆகவே, உருளை B - ன் கன அளவு உருளை A - ன் கன அளவை விட அதிகமாக இருக்கும்.

(ii) உருளை A - ன் மொத்தப்பரப்பு $= 2\pi r(h + r)$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \left(21 + \frac{7}{2}\right)$

$= 22 \times \left(\frac{42 + 7}{2}\right)$

$= 11 \times 49$

$= 539$ ச.செ.மீ

உருளை B - ன் மொத்தப்பரப்பு $= 2\pi r(h + r)$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{21}{2} \times \left(7 + \frac{21}{2}\right)$

$= 22 \times 3 \times \left(\frac{14 + 21}{2}\right)$

$= 66 \times \left(\frac{35}{2}\right)$

$= 33 \times 35$

$= 1155$ ச.செ.மீ

ஆகவே, கன அளவு அதிகமாக உள்ள உருளை B - ன் மொத்தப்பரப்பு அதிகமாக இருக்கிறது.

(iii) உருளை A மற்றும் B – ன் கன அளவுகளின் விகிதம்,

$= \frac{\text{உருளை } A - \text{ன் கன அளவு}}{\text{உருளை } B15 - \text{ன் கன அளவு}}$

$= \frac{\pi \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \times 21}{\pi \times \frac{21}{2} \times \frac{21}{2} \times 7}$

$= \frac{7 \times 7 \times 3 \times 2 \times 2}{2 \times 2 \times 21 \times 21}$

$= \frac{1}{3}$

$= 1 : 3$

8.நிகழ்தகவு

எ.கா:8.19 இரு பகடைகள் உருட்டப்படுகின்றன. கிடைக்கப்பெறும் முக மதிப்புகளின் கூடுதல் (i) 4 – க்குச் சமமாக (ii) 10 - ஐ விடப் பெரியதாக (iii) 13 - ஐ விடக் குறைவாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு காண்க.

தீர்வு:-

$S = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6),$
$(2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6),$
$(3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6),$
$(4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6),$
$(5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6),$
$(6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)\}$

$\therefore n(S) = 36$

(i) A என்பது முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 4 – க்குச் சமமாக நிகழ்ச்சி என்க.

$A = \{(1,3), (2,2), (3,1)\}$

$n(A) = 3$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$

(ii) B என்பது முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 10 - ஐ விடப் பெரியதாக நிகழ்ச்சி என்க.

$B = \{(5,6), (6,6), (6,6)\}$

$n(B) = 3$

$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$

(iii) C என்பது முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 13 - ஐ விடக் குறைவாக இருப்பதற்கான நிகழ்ச்சி என்க.

இங்கு, $C = S$

$n(C) = n(S) = 36$

$P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{36}{36} = 1$

எ.கா:8.21 நன்கு கலைத்து அடுக்கப்பட்ட 52 சீட்டுகளைக் கொண்ட சீட்டுக்கட்டிலிருந்து, சமவாய்ப்பு முறையில் ஒரு சீட்டு எடுக்கப்படுகிறது. அது

(i) சிவப்பு நிறச் சீட்டு
(ii) ஹார்ட் சீட்டு
(iii) சிவப்பு நிற இராசா
(iv) முகச் சீட்டு
(v) எண் சீட்டாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

தீர்வு:-

(i) A என்பது சிவப்பு நிறச் சீட்டு கிடைப்பதற்கான நிகழ்ச்சி என்க.

சிவப்பு நிறச் சீட்டுகளின் எண்ணிக்கை $= 26$

$n(A) = 26$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{26}{52} = \frac{1}{2}$

(ii) B என்பது ஹார்ட் சீட்டு கிடைப்பதற்கான நிகழ்ச்சி என்க.

ஹார்ட் சீட்டு சீட்டுகளின் எண்ணிக்கை $= 26$

$$n(B) = 13$$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{13}{52} = \frac{1}{4}$$

(iii) C என்பது சிவப்பு நிற இராசாச் சீட்டு கிடைப்பதற்கான நிகழ்ச்சி என்க.

சிவப்பு நிற இராசாச் சீட்டுகளின் எண்ணிக்கை $= 2$

$$n(C) = 2$$

$$P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{2}{52} = \frac{1}{26}$$

(iv) D என்பது முகச் சீட்டு கிடைப்பதற்கான நிகழ்ச்சி என்க.

முகச் சீட்டுகளாவன : மந்திரி (J), அரசி(Q) மற்றும் இராசா (K).

முகச் சீட்டுகளின் எண்ணிக்கை $= 4 \text{ x } 3 = 12$

$$n(D) = 12$$

$$P(D) = \frac{n(D)}{n(S)} = \frac{12}{52} = \frac{3}{13}$$

(v) E என்பது எண் சீட்டாக இருப்பதற்கான நிகழ்ச்சி என்க.

எண் சீட்டுகளாவன : $2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ மற்றும் 10

எண் சீட்டுகளின் எண்ணிக்கை $= 4 \text{ x } 9 = 36$

$$n(E) = 36$$

$$P(E) = \frac{n(E}{n(S)} = \frac{36}{52} = \frac{9}{13}$$

எ.கா:8.23 ஒரு பகடை உருட்டப்படும் அதே நேரத்தில் ஒரு நாணயமும் சுண்டப்படுகிறது. பகடையில் ஒற்றைப்படை எண் கிடைப்பதற்கும், நாணயத்தில் தலை கிடைப்பதற்குமான நிகழ்தகவைக் காண்க.

தீர்வு:-

கூறுவெளி, $S = \{1H, 1T, 2H, 2T, 3H, 3T, 4H, 4T, 5H, 5T, 6H, 6T\}$

$$n(S) = 12$$

A என்பது பகடையில் ஒற்றைப்படை எண் மற்றும் நாணயத்தில் தலை கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

$$A = \{1H, 3H, 5H\}$$

$$n(A) = 3$$

$$\therefore P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

எ.கா:8.24 ஒரு பையில் 6 பச்சை நிறப்பந்துகளும், சில கருப்பு மற்றும் சிவப்பு நிறப்பந்துகளும் உள்ளன. கருப்பு பந்துகளின் எண்ணிக்கை, சிவப்பு பந்துகளைப் போல் இருமடங்காகும். பச்சை பந்து கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு சிவப்பு பந்து கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவைப் போல் மூன்று மடங்காகும். இவ்வாறெனில், (i) கருப்பு பந்துகளின் எண்ணிக்கை (ii) மொத்தப் பந்துகளின் எண்ணிக்கை ஆகியவற்றைக் காண்க.

தீர்வு:-

$A =$ பச்சை, $B =$ சிவப்பு, $C =$ கருப்பு

தரவு, பச்சைப் பந்துகள் $n(A) = 6$

சிவப்புப் பந்துகள் $n(B) = x$ என்க.

கருப்புப் பந்துகள் $n(C) = 2x$

மொத்தப் பந்துகள், $n(S) = 6 + x + 2x = 6 + 3x$

தரவு, $P(A) = 3 \text{ x } P(B)$

$$\frac{n(A)}{n(S)} = 3 \text{ x } \frac{n(B)}{n(S)}$$

$$\frac{6}{6+3x} = 3 \text{ x } \frac{x}{6+3x}$$

$$6 = \frac{3 \text{ x } (6+3x)}{6+3x}$$

$$6 = 3x$$

$$x = \frac{6}{3}$$

$$x = 2$$

(i) கருப்புப் பந்துகளின் எண்ணிக்கை $= 2x$

$$= 2(2) = 4$$

(ii) மொத்தப்பந்துகளின் எண்ணிக்கை

$$= 6 + 3x = 6 + 3(2) = 6 + 6 = 12$$

எ.கா:8.25 படத்தில் காட்டியுள்ள அம்புக்குறி சுழற்றும் விளையாட்டில் $1, 2, 3, 4, \dots, 12$ என்ற எண்கள் சமவாய்ப்பு முறையில் கிடைக்க வாய்ப்புள்ளது. அம்புக்குறியானது

(i) 7
(ii) பகா எண்
(iii) பகு எண் ஆகியவற்றில் நிற்பதற்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

தீர்வு:-

கூறுவெளி, $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$

$$n(S) = 12$$

(i) A என்பது அம்புக்குறி எண் 7 -ல் நிற்பதற்கான நிகழ்ச்சி என்க.

$$A = \{7\}$$

$$n(A) = 1$$

$$\therefore P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{12}$$

(ii) B என்பது அம்புக்குறி பகா எண்ணில் நிற்பதற்கான நிகழ்ச்சி என்க.

$$B = \{2, 3, 5, 7, 11\}$$

$$n(B) = 5$$

$$\therefore P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{5}{12}$$

(iii) C என்பது அம்புக்குறி பகு எண்ணில் நிற்பதற்கான நிகழ்ச்சி என்க.

$$C = \{4, 6, 8, 9, 10, 12\}$$

$$n(C) = 6$$

$$\therefore P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

பயிற்சி –8.3

5) ஒரு பொது விழாவில், 1 முதல் 1000 வரை எண்களிட்ட அட்டைகள் ஒரு பெட்டியில் வைக்கப்பட்டுள்ளன. விளையாடும் ஒவ்வொருவரும் ஒரு அட்டையைச் சமவாய்ப்பு முறையில் எடுக்கிறார்கள். எடுத்த அட்டை திரும்ப வைக்கப்படவில்லை. தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட அட்டையில் எண் 500 - ஐ விட அதிகமாக உள்ள வர்க்க எண் இருந்தால், அவர் வெற்றிக்கான பரிசைப் பெறுவார். (i) முதலில் விளையாடுபவர் பரிசு பெற (ii) முதலாமவர் வெற்றி பெற்ற பிறகு, இரண்டாவதாக விளையாடுபவர் வெற்றி பெற ஆகிய நிகழ்ச்சிகளுக்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

தீர்வு:-

மொத்த அட்டைகளின் எண்ணிக்கை $= 1000$

$$\therefore n(S) = 1000$$

(i) A என்பது முதலில் விளையாடுபவர் பரிசு பெறுவதற்கான நிகழ்ச்சி என்க.

அதாவது, தேர்ந்தெடுக்கப்படும் அட்டையில் உள்ள எண் 500 - ஐ விட அதிகமாக உள்ள வர்க்க எண்ணாக இருத்தல்.

$A = \{23^2, 24^2, 25^2, 26^2, 27^2, 28^2, 29^2, 30^2, 31^2\}$

$n(A) = 9$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{9}{1000}$

(ii) எடுத்த அட்டை திரும்ப வைக்கப்படவில்லை.

எனவே, இப்போது, $n(S) = 999$

B என்பது இரண்டாவதாக விளையாடுபவர் வெற்றி பெறுவதற்கான நிகழ்ச்சி என்க.

$n(B) = 8$

$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{8}{999}$

7) இரண்டு சீரான பகடைகள் முறையாக ஒரே நேரத்தில் உருட்டப்படுகின்றன.

(i) இரண்டு பகடைகளிலும் ஒரே முக மதிப்பு கிடைக்க

(ii) முக மதிப்புகளின் பெருக்கற்பலன் பகா எண்ணாகக் கிடைக்க

(iii) முக மதிப்புகளின் கூடுதல் பகா எண்ணாகக் கிடைக்க

(iv) முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 1 - ஆக இருக்க ஆகிய நிகழ்ச்சிகளின் நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

தீர்வு:-

$S = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6),$

$(2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6),$

$(3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6),$

$(4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6),$

$(5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6),$

$(6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)\}$

$\therefore n(S) = 36$

(i) A என்பது இரண்டு பகடைகளிலும் ஒரே முக மதிப்பு கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

$A = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6)\}$

$n(A) = 6$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

(ii) B என்பது முக மதிப்புகளின் பெருக்கற்பலன் பகா எண்ணாகக் கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

$B = \{(1,2), (1,3), (1,5), (2,1), (3,1), (5,1)\}$

$n(B) = 6$

$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

(iii) C என்பது முக மதிப்புகளின் கூடுதல் பகா எண்ணாகக் கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

$$C = \left\{ \begin{matrix} (1,1), (1,2), (1,4), (1,6), (2,1), (2,3), (2,5), \\ (3,2), (3,4), (4,1), (4,3), (5,2), (5,6), (6,1), (6,5) \end{matrix} \right\}$$

$n(C) = 15$

$P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{15}{36} = \frac{5}{12}$

(iv) D என்பது முக மதிப்புகளின் கூடுதல் 1 - ஆக இருக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

$D = \{ \}$

$n(D) = 0$

$P(D) = \frac{n(D)}{n(S)} = 0$

8) மூன்று சீரான நாணயங்கள் முறையாக ஒரே நேரத்தில் சுண்டப்படுகின்றன. [PTA-5]

(i) அனைத்தும் தலையாகக் கிடைக்க

(ii) குறைந்தபட்சம் ஒரு பூ கிடைக்க

(iii) அதிகபட்சம் ஒரு தலை கிடைக்க

(iv) அதிகபட்சம் இரண்டு பூக்கள் கிடைக்க ஆகியவற்றிற்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

தீர்வு:-

கூறுவெளி, $S=\{HHH,HHT,HTH,HTT,THH,THT,TTH,TTT\}$

$n(S)=8$

(i) A என்பது அனைத்தும் தலையாகக் கிடைப்பதற்கான நிகழ்ச்சி என்க.

$A=\{HHH\}$

$n(A)=1$

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{1}{8}$$

(ii) B என்பது குறைந்தபட்சம் ஒரு பூ கிடைப்பதற்கான நிகழ்ச்சி என்க.

$B=\{HHT,HTH,HTT,THH,THT,TTH,TTT\}$

$n(B)=7$

$$P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{7}{8}$$

(iii) C என்பது அதிகபட்சம் ஒரு தலை கிடைப்பதற்கான நிகழ்ச்சி என்க

$C=\{HTT,THT,TTH,TTT\}$

$n(C)=4$

$$P(C)=\frac{n(C)}{n(S)}=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$$

(iv) D என்பது அதிகபட்சம் இரண்டு பூக்கள் கிடைப்பதற்கான நிகழ்ச்சி என்க

$D=\{HHH,HHT,HTH,HTT,THH,THT,TTH\}$

$n(D)=7$

$$P(D)=\frac{n(D)}{n(S)}=\frac{7}{8}$$

9) ஒரு பையில் 5 சிகப்பு நிறப்பந்துகளும், 6 வெள்ளை நிறப்பந்துகளும், 7 பச்சை நிறப்பந்துகளும், 8 கருப்பு நிறப்பந்துகளும் உள்ளன. சமவாய்ப்பு முறையில் பையிலிருந்து ஒரு பந்து எடுக்கப்படுகிறது. அந்தப் பந்து (i) வெள்ளை (ii) கருப்பு அல்லது சிவப்பு (iii) வெள்ளையாக இல்லாமல் (iv) வெள்ளையாகவும், கருப்பாகவும் இல்லாமல் இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

தீர்வு:-

மொத்த சீட்டுகளின் எண்ணிக்கை $=5$ சி $+6$ வெ $+7$ ப $+8$ க

$=26$

$\therefore n(S)=26$

(i) A என்பது வெள்ளை நிறப் பந்து கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

வெள்ளை நிறப் பந்துகளின் எண்ணிக்கை $=6$

$n(A)=6$

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{6}{26}=\frac{3}{13}$$

(ii) B என்பது கருப்பு அல்லது சிவப்பு நிறப் பந்து கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

கருப்பு மற்றும் சிவப்புப் பந்துகளின் எண்ணிக்கை $=8+5=13$

$n(B)=13$

$$P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{13}{26}=\frac{1}{2}$$

(iii) C என்பது வெள்ளை நிறப் பந்தாக இல்லாமல் இருப்பதற்கான நிகழ்ச்சி என்க.

வெள்ளை நிறம் அல்லாத பந்துகளின் எண்ணிக்கை $=5+7+8=20$

$n(C)=20$

$$P(C)=\frac{n(C)}{n(S)}=\frac{20}{26}=\frac{10}{13}$$

(iv) D என்பது வெள்ளையாகவும் கருப்பாகவும் இல்லாமல் இருப்பதற்கான நிகழ்ச்சி என்க.

வெள்ளை மற்றும் கருப்பு நிறம் அல்லாத பந்துகளின் எண்ணிக்கை $= 5+7=12$

$$n(D) = 12$$

$$P(D) = \frac{n(D)}{n(S)} = \frac{12}{26} = \frac{6}{13}$$

11) நன்கு கலைத்து அடுக்கப்பட்ட 52 சீட்டுகள் கொண்ட ஒரு சீட்டுக்கட்டில், டைமண்ட் சீட்டுகளிலிருந்து இராசா மற்றும் இராணி சீட்டுகளும், ஹார்ட் சீட்டுகளிலிருந்து, இராணி மற்றும் மந்திரி சீட்டுகளும், ஸ்பேடு சீட்டுகளிலிருந்து, மந்திரி மற்றும் இராசா சீட்டுகளும் நீக்கப்படுகிறது. மீதமுள்ள சீட்டுகளிலிருந்து, ஒரு சீட்டு சமவாய்ப்பு முறையில் எடுக்கப்படுகிறது. அந்த சீட்டானது,

(i) கிளாவர் ஆக

(ii) சிவப்பு இராணியாக

(iii) கருப்பு இராசாவாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

தீர்வு:-

மொத்த சீட்டுகளின் எண்ணிக்கை $= 52 - 2 - 2 - 2 = 46$

$$\therefore n(S) = 26$$

(i) A என்பது கிளாவர் சீட்டு கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

கிளாவர் சீட்டுகளின் எண்ணிக்கை $= 13$

$$n(A) = 13$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{13}{46}$$

(ii) B என்பது சிவப்பு இராணி சீட்டு கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

இங்கு, சிவப்பு இராணி சீட்டுகளின் எண்ணிக்கை $= 0$

$$n(B) = 0$$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{0}{46} = 0$$

(iii) C என்பது கருப்பு இராசா சீட்டு கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க.

இங்கு, கருப்பு இராசா சீட்டுகளின் எண்ணிக்கை $= 1$

$$n(C) = 1$$

$$P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{1}{46}$$

13) இரண்டு நுகர்வோர்கள் பிரியா மற்றும் அமுதன் ஒரு குறிப்பிட்ட அங்காடிக்கு, குறிப்பிட்ட வாரத்தில் (திங்கள் முதல் சனி வரை) செல்கிறார்கள். அவர்கள் அங்காடிக்குச் சமவாய்ப்பு முறையில் ஒவ்வொரு நாளும் செல்கிறார்கள். இருவரும் அங்காடிக்கு, (1) ஒரே நாளில் (2) வெவ்வேறு நாட்களில் (3) அடுத்தடுத்த நாட்களில் செல்வதற்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

தீர்வு:-

தரவு, இரண்டு நுகர்வோர்கள் பிரியா மற்றும் அமுதன் ஒரு குறிப்பிட்ட அங்காடிக்கு, குறிப்பிட்ட வாரத்தில் (திங்கள் முதல் சனி வரை) சமவாய்ப்பு முறையில் ஒவ்வொரு நாளும் செல்கிறார்கள்.

கூறுவெளி,

$S = \{$ (தி,தி), (தி,செ), (தி,பு), (தி,வி), (தி,வெ), (தி,ச),

(செ,தி), (செ,செ), (செ,பு), (செ,வி), (செ,வெ), (செ,ச),

(பு,தி), (பு,செ), (பு,பு), (பு,வி), (பு,வெ), (பு,ச),

(வி,தி), (வி,செ), (வி,பு), (வி,வி), (வி,வெ), (வி,ச),

(வெ,தி), (வெ,செ), (வெ,பு), (வெ,வி), (வெ,வெ), (வெ,ச),

(ச,தி), (ச,செ), (ச,பு), (ச,வி), (ச,வெ), (ச,ச) $\}$

$$\therefore n(S) = 36$$

(i) A என்பது இருவரும் ஒரே நாளில் அங்காடிக்குச் செல்லும் நிகழ்ச்சி என்க.

$A = \{$ (தி,தி), (செ,செ), (பு,பு), (வி,வி), (வெ,வெ), (ச,ச) $\}$

$$n(A) = 6$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

(ii) B என்பது இருவரும் வெவ்வேறு நாட்களில் அங்காடிக்குச் செல்லும் நிகழ்ச்சி என்க.

$B = \{$ (தி,செ), (தி,பு), (தி,வி), (தி,வெ), (தி,ச),

(செ,தி), (செ,பு), (செ,வி), (செ,வெ), (செ,ச),

(பு,தி), (பு,செ), (பு,வி), (பு,வெ), (பு,ச),

(வி,தி), (வி,செ), (வி,பு), (வி,வெ), (வி,ச),

(வெ,தி), (வெ,செ), (வெ,பு), (வெ,வி), (வெ,ச),

(ச,தி), (ச,செ), (ச,பு), (ச,வி), (ச,வெ) $\}$

$n(B) = 30$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{30}{36} = \frac{5}{6}$$

(iii) C என்பது இருவரும் அடுத்தடுத்த நாட்களில் அங்காடிக்குச் செல்லும் நிகழ்ச்சி என்க.

$C = \{$ (தி,செ), (செ,பு), (பு,வி), (வி,வெ), (வெ,ச)

$n(C) = 5$

$$P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{5}{36}$$

14) ஒரு விளையாட்டிற்கான நுழைவுக் கட்டணம் ரூ. 150. அந்த விளையாட்டில் ஒரு நாணயம் மூன்று முறை சுண்டப்படுகிறது. தனா, ஒரு நுழைவுச் சீட்டு வாங்கினாள். அவ்விளையாட்டில் ஒன்று அல்லது இரண்டு தலைகள் விழுந்தால் அவள் செலுத்திய நுழைவுக் கட்டணம் திரும்பக் கிடைத்து விடும். மூன்று தலைகள் கிடைத்தால் அவளது நுழைவுக் கட்டணம் இரண்டு மடங்காகக் கிடைக்கும். இல்லையென்றால் அவளுக்கு எந்தக் கட்டணமும் திரும்பக் கிடைக்காது. இவ்வாறெனில்,

(i) இரண்டு மடங்காக

(ii) நுழைவுக் கட்டணம் திரும்பப் பெற

(iii) நுழைவுக் கட்டணத்தை இழப்பதற்கு ஆகிய நிகழ்ச்சிகளுக்கான நிகழ்தகவுகளைக் காண்க.

தீர்வு:-

$S = \{HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT\}$

$\therefore n(S) = 8$

(i) A என்பது நுழைவுக் கட்டணம் இரண்டு மடங்காகக் கிடைக்கும் நிகழ்ச்சி என்க. அதாவது, மூன்று தலைகள் விழுவதற்கான நிகழ்ச்சி என்க.

$A = \{515151HHH\}$

$n(A) = 1$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{8}$$

(ii) B என்பது நுழைவுக் கட்டணம் திரும்பப் பெறுவதற்கான நிகழ்ச்சி என்க. அதாவது, ஒன்று அல்லது இரண்டு தலைகள் விழுவதற்கான நிகழ்ச்சி என்க.

$B = \{515151HH51T, HTH, HTT, THH, THT, TTH\}$

$n(B) = 6$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

(iii) C என்பது நுழைவுக் கட்டணத்தை இழப்பதற்கான நிகழ்ச்சி என்க. அதாவது, 51மூன்று நாணயத்திலும் பூ விழுவதற்கான நிகழ்ச்சி என்க.

$C = \{515151TTT\}$

$n(C) = 1$

$$P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{1}{8}$$