அத்தியாயம்

2

எண்களும் தொடர்வரிசைகளும்

Namma Kalvi

www.nammakalvi.in

நினைவில் கொள்ள வேண்டிய சூத்திரங்கள்

- யூக்ளிடின் வகுத்தல் துணைத் தேற்றம் : a மற்றும் b $(a > b)$ என்பன ஏதேனும் இரு மிகை முழுக்கள் எனில், $a = bq + r, 0 \leq r < b$ என்றவாறு $q,\ r$ எனும் தனித்த மிகை முழுக்கள் கிடைக்கும்.
- a மற்றம் b என்பன இரு மிகை முழுக்கள் மற்றும் $a > b$ எனில், (a, b) யின் மீ.பொ.வ = $(a - b, b)$ யின் மீ.பொ.வ
- A.P யில் உள்ள உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை, $n = \dfrac{l-a}{d} + 1$
- ஒரு கூட்டுத் தொடர்வரிசையின் மூன்று உறுப்புகளின் கூடுதல் கொடுக்கப்பட்டால் அந்த மூன்று உறுப்புகளை நாம் $a - d$, a மற்றும் $a + d$ என எடுத்துக்கொள்ளலாம். இங்குப் பொது வித்தியாசம் d ஆகும்.
- ab ஐ p என்ற பகா எண் வகுக்கும் எனில், p ஆனது a ஐ வகுக்கும் அல்லது p ஆனது b ஐ வகுக்கும். அதாவது p ஆனது a,b யில் ஏதேனும் ஒன்றை வகுக்கும்.
- a மற்றும் b -க்கு இடையே உள்ள வித்தியாசம் n ன் மடங்கு எனில், மட்டு n ன் அடிப்படையில். a யும் b யும் ஒருங்கிசைவு உடையதாகும் அதாவது $b - a = kn \quad k \in \mathbb{Z}$ இதை $a \equiv b$ (மட்டு n) எனவும் எழுதலாம்.
- மெய்யெண்களின் தொடர்வரிசை என்பது இயல் எண்களின் மீது வரையறுக்கப்பட்ட, மெய்யெண் மதிப்புகளைப் பெறும் சார்பாகும்.
- a மற்றும் d என்பன மெய்யெண்கள் எனில். $a,\ a + d,\ a + 2d,\ a + 3d,\ a + 4d, \ldots$ என்ற வடிவில் அமையும் எண்கள் ஒரு கூட்டுத்தொடர் வரிசையை அமைக்கும்.

www.surabooks.com

www.surabooks.com

பயிற்சி 2.1

1. 3 ஆல் வகுக்கும் போது மீதி 2 –ஐத் தரக்கூடிய அனைத்து மிகை முழுக்களையும் காண்க.

தீர்வு. 3 ஆல் வகுக்கும் போது மீதி 2 -ஐத் தரக்கூடிய மிகை முழுக்கள்

யூக்ளிடின் வகுத்தல் துணைத் தேற்றத்தின் படி

$a = bq + r, 0 \leq r < b.$

$\therefore a = 3q + 2,$ இங்கு $0 \leq q < 3,$

எனவே தேவையான மிகை முழுக்கள்

$\therefore 2, 5, 8, 11$ ....

2. ஒரு நபரிடம் 532 பூந்தொட்டிகள் உள்ளன. அவர் வரிசைக்கு 21 பூந்தொட்டிகள் வீதம் அடுக்க விரும்பினார். எத்தனை வரிசைகள் முழுமை பெறும் எனவும் மற்றும் எத்தனை பூந்தொட்டிகள் மீதமிருக்கும் எனவும் காண்க.

தீர்வு. யூக்ளிடின் வகுத்தல் துணைத் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி

$a = 21q + r, \Rightarrow 532 = 21 \times 25 + 7.$ மீதி 7.

$\therefore$ முழுமைப் பெறும் வரிசைகள் $= 25,$ மீதமுள்ள பூந்தொட்டிகள் $= 7.$

3. தொடர்ச்சியான இரு மிகை முழுக்களின் பெருக்கற்பலன் 2 ஆல் வகுபடும் என நிறுவுக.

தீர்வு. $(n-1), n$ என்பன இரு அடுத்தடுத்த மிகை முழுக்கள் என்க, அவற்றின் பெருக்கற்பலன் = $(n-1)n.$

$\Rightarrow (n-1)(n) = n^2 - n.$

எந்த ஒரு மிகை முழுவும் $2q$ அல்லது $2q + 1$ என்ற வடிவில் அமையும். q என்பது ஏதேனும் ஒரு முழு.

நிலை I :. $n = 2q$ எனில்,

$$n^2 - n = (2q)^2 - 2q = 4q^2 - 2q = 2q(2q-1)$$

$\Rightarrow n^2 - n = 2r$, இங்கு $r = q(2q-1)$

$\Rightarrow n^2 - n$ 2 ஆல் வகுபடும்

நிலை II: $n = 2q + 1$ எனில்

இங்கு

$$n^2 - n = (2q+1)^2 - (2q+1)$$
$$= (2q+1)(2q+1-1) = 2q(2q+1)$$

$\Rightarrow n^2 - n = 2r,$ இங்கு $r = q\ (2q + 1).$

$\Rightarrow n^2 - n$ இது 2 ஆல் வகுபடும்.

எனவே, $(n^2 - n)$ ஆனது அனைத்து மிகைமுழுக்கள் n -ற்கும் 2 -ஆல் வகுபடும். நிரூபிக்கப்பட்டது.

4. a, b மற்றும் c என்ற மிகை முழுக்களை 13 ஆல் வகுக்கும்போது கிடைக்கும் மீதிகள் முறையே 9, 7, 10 எனில் $a + b + c$ ஆனது 13 ஆல் வகுபடும் என நிரூபி.

தீர்வு. மிகை முழுக்கள் a, b, மற்றும் c என்க.

$a = 13q + 9$

$b = 13q + 7$

$c = 13q + 10$

$$a + b + c = 13q + 9 + 13q + 7 + 13q + 10$$
$$= 39q + 26$$
$$= 13\ (3q + 2)$$

இது 13 -ஆல் வகுபடும்.

5. எந்த மிகை முழுவின் வர்க்கத்தையும் 4 ஆல் வகுக்கும் போது மீதி 0 அல்லது 1 மட்டுமே கிடைக்கும் என நிறுவுக.

தீர்வு. x என்பது ஏதேனும் ஒரு முழு என்க.

அதன் வர்க்கம் x^2.

x என்பது ஒரு இரட்டை முழு என்க.

$x = 2q + 0$

$\therefore x^2 = 4q^2 + 0$

x ஓர் ஒற்றை மிகை முழு என்க

$x = 2k + 1$, k என்பது ஒரு முழு.

$$\begin{aligned} x^2 &= (2k+1)^2 \\ &= 4k^2 + 4k + 1 \\ &= 4k\ (k + 1) + 1 \\ &= 4q + 1 \end{aligned}$$

இங்கு $q = k(k + 1)$ என்பது ஏதேனும் ஒரு முழு. எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

6. யூக்ளிடின் வகுத்தல் முறையைப் பயன்படுத்தி பின்வருவனவற்றின் மீ.பொ.வா காண்க

(i) 340 மற்றும் 412 (ii) 867 மற்றும் 255

(iii) 10224 மற்றும் 9648

(iv) 84, 90 மற்றும் 120

தீர்வு. (i) 340, 412 -ன் மீ.பொ.வ வை யூக்ளிடின் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்தி காண்போம்.

$412 = 340 \times 1 + 72$

இங்கு மீதி $72 \neq 0$

மீண்டும் யூக்ளிடின் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்த

$$340 = 72 \times 4 + 52$$

இங்கு மீதி $52 \neq 0.$

மீண்டும் யூக்ளிடின் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்த

$$72 = 52 \times 1 + 20$$

இங்கு மீதி $20 \neq 0$.

மீண்டும் யூக்ளிடின் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்த

$$52 = 20 \times 2 + 12$$

இங்கு மீதி $12 \neq 0$.

மீண்டும் யூக்ளிடின் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்த

$$20 = 12 \times 1 + 8$$

இங்கு மீதி $8 \neq 0$.

மீண்டும் யூக்ளிடின் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்த

$$12 = 8 \times 1 + 4$$

இங்கு மீதி $4 \neq 0$.

மீண்டும் யூக்ளிடின் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்த

$$8 = 4 \times 2 + 0$$

இங்கு மீதி 0.

எனவே 340, 412 -ன் மீ.பொ.வ = 4

(ii) 867 மற்றும் 255 -ன் மீ.பொ.வ வைக் காண யூக்ளிடின் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்த நாம் பெறுவது

$$867 = 255 \times 3 + 102$$

இங்கு மீதி $102 \neq 0$.

மீண்டும் யூக்ளிடின் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்த

$$255 = 102 \times 2 + 51$$

இங்கு மீதி $51 \neq 0$.

மீண்டும் யூக்ளிடின் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்த

$$102 = 51 \times 2 + 0$$

இங்கு மீதி 0

எனவே 867 மற்றும் 255 -ன் மீ.பொ.வ 51 ஆகும்.

(iii) 10224, 9648. -ன் மீ.பொ.வ வை யூக்ளிடின் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்தி காண்போம்.

$$10224 = 9648 \times 1 + 576$$

இங்கு மீதி $576 \neq 0$.

மீண்டும் யூக்ளிடின் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்த

$$9648 = 576 \times 16 + 432$$

இங்கு மீதி $432 \neq 0$.

மீண்டும் யூக்ளிடின் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்த

$$576 = 432 \times 1 + 144$$

இங்கு மீதி $144 \neq 0$.

மீண்டும் யூக்ளிடின் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்த

$$432 = 144 \times 3 + 0$$

இங்கு மீதி 0

எனவே 10224, 9648 -ன் மீ.பொ.வ = 144.

(iv) 84, 90 மற்றும் 120 -ன் மீ.பொ.வ காண யூக்ளிடின் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்த நாம் பெறுவது.

$$90 = 84 \times 1 + 6$$

இங்கு மீதி $6 \neq 0$.

மீண்டும் யூக்ளிடின் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்த

$$84 = 6 \times 14 + 0$$

இங்கு மீதி 0

எனவே 84 மற்றும் 90 -ன் மீ.பொ.வ 6.

மீண்டும் 6, 120 -ன் மீ.பொ.வ வைக் காண யூக்ளிடின் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்த

$$120 = 6 \times 20 + 0$$

இங்கு மீதி 0.

எனவே 84, 90 மற்றும்120 -ன் மீ.பொ.வ 6 ஆகும்

7. 1230 மற்றும் 1926 ஆகிய எண்களை வகுக்கும் போது மீதி 12 –ஐத் தரக்கூடிய மிகப்பெரிய எண்ணைக் காண்க.

தீர்வு. தேவையான எண்ணானது

$$1230 - 12 = 1218 \text{ மற்றும்}$$

$$1926 - 12 = 1914$$ இவற்றின் மீ.பொ.வ ஆகும்.

எனவே 1218, 1914 -ன் மீ.பொ.வ வைக் காண யூக்ளிடின் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்த

$$1914 = 1218 \times 1 + 696$$

இங்கு மீதி $696 \neq 0$.

www.surabooks.com

மீண்டும் யூக்ளிடின் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்த

$$1218 = 696 \times 1 + 522$$

இங்கு மீதி $522 \neq 0$.

மீண்டும் யூக்ளிடின் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்த

$$696 = 522 \times 1 + 174$$

இங்கு மீதி $174 \neq 0$.

மீண்டும் யூக்ளிடின் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்த

$$522 = 174 \times 3 + 0$$

இங்கு மீதி 0

∴ எனவே 1218 மற்றும் 1914 -ன் மீ.பொ.வ 174.

தேவையான எண்ணானது 174.

8. 32 மற்றும் 60 ஆகியவற்றின் மீப்பெரு பொது வகுத்தி d என்க. $d = 32x + 60y$ எனில் x மற்றும் y என்ற முழுக்களைக் காண்க.

தீர்வு. 32, 60 -ன் மீ.பொ.வ வைக் காண யூக்ளிடின் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்த

$$60 = 32 \times 1 + 28 \quad ..(i)$$

இங்கு மீதி $28 \neq 0$.

மீண்டும் யூக்ளிடின் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்த

$$32 = 28 \times 1 + 4 \quad ..(ii)$$

இங்கு மீதி $4 \neq 0$.

மீண்டும் யூக்ளிடின் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்த

$$28 = 4 \times 7 + 0 \quad ...(iii)$$

இங்கு மீதி 0

எனவே 32, 60 -ன் மீ.பொ.வ 4 ஆகும்.

(ii) -லிருந்து நாம் பெறுவது

$$\begin{aligned} 32 &= 28 \times 1 + 4 \\ \Rightarrow \quad 4 &= 32 - 28 \times 1 \\ \Rightarrow \quad 4 &= 32 - (60 - 32 \times 1) \times 1 \\ \Rightarrow \quad 4 &= 32 - 60 + 32 \\ \Rightarrow \quad 4 &= 32 \times 2 + (-1) \times 60 \end{aligned}$$

∴ $x = 2$ மற்றும் $y = -1$

9. ஒரு மிகை முழுவை 88 ஆல் வகுக்கும் போது மீதி 61 கிடைக்கிறது. அதே மிகை முழுவை 11 ஆல் வகுக்கும் போது கிடைக்கும் மீதியைக் காண்க?

தீர்வு. ஒரு மிகை முழுவை x என்க

$$\begin{aligned} x &= 88 \times y + 61 \\ 61 &= 11 \times 5 + 6 \end{aligned}$$

(∵ 88, 55 என்பன 11ஆல் மீதியின்றி வகுபடும்)

∴ இங்கு மீதி 6.

10. எந்த இரு அடுத்தடுத்த மிகை முழுவும் சார்பகா எண்கள் என நிறுவுக.

தீர்வு. இரு எண்கள் I, I + 1: என்க

அவை சார்பகா எண்கள் எனில் அவற்றின் பொது வகுத்தி 1 மட்டுமே எனில் அவை சார்பகா எண்கள்.

∴ I ஆனது மிகை முழு எனில்

I = 1, 2, 3, ...

இவற்றில் அடுத்தடுத்த எண்களில் ஒன்று ஒற்றை எண், மற்றது இரட்டை எண். அற்றின் பொது வகுத்தி 1 மட்டுமே.

எனவே எந்த இரு அடுத்தடுத்த மிக முழுக்களும் சார்பகா எண்கள் ஆகும். எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

பயிற்சி 2.2

1. n ஓர் இயல் எண் எனில், எந்த n மதிப்புகளுக்கு 4^n ஆனது 6 என்ற இலக்கத்தைக் கொண்டு முடியும்?

தீர்வு. $4^n = (2 \times 2)^n = 2^n \times 2^n$

2 ஆனது 4^n -ன் ஓர் காரணி.

எனவே, 4^n ஆனது எப்போழுதும் மிகை மற்றும் 4, 6 -ல் முடியும் எண்கள்.

∴ n ஆனத இரட்டை எண் எனில் 4^n ஆனது 6 -ல் முடியும்.

∴ $n = 2, 4, 6, 8$

உதாரணங்கள்:

$4^2 = 16$	$4^3 = 64$
$4^4 = 256$	$4^5 = 1,024$
$4^6 = 4,096$	$4^7 = 16,384$
$4^8 = 65,536$	$4^9 = 262,144$

2. m மற்றும் n இயல் எண்கள் எனில், எந்த m -ன் மதிப்புகளுக்கு $2^n \times 5^m$ என்ற எண் 5 என்ற இலக்கத்தைக் கொண்டு முடியும்?

தீர்வு. $2^n \times 5^m$

2^n ஆனது n -ன் அனைத்து மதிப்புகளுக்கும் இரட்டை எண்ணாக உள்ளது.

www.surabooks.com

5^m ஆனது m -ன் அனைத்து மதிப்புகளுக்கும் ஒற்றையாகவும் 5 என்ற இலக்கத்தைக் கொண்டும்

ஆனால் $2^n \times 5^m$ எப்பொழுதும் இரட்டை எண்ணாகவும் 0 -ல் முடியும் எண்ணாகவும் உள்ளது.

$\therefore 2^n \times 5^m$ ஆனது m -ன் எம்மதிப்பிற்கும் 5 என்ற இலக்கத்தைக் கொண்டு முடியாது.

3. 252525 மற்றும் 363636 என்ற எண்களின் மீ.பொ.வ காண்க.

தீர்வு. 252525, 363636 இவற்றின் மீ.பொ.வ காண யூக்ளிடின் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்த,

$$363636 = 252525 \times 1 + 111111$$

இங்கு மீதி $111111 \neq 0$.

மீண்டும் யூக்ளிடின் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்த

$$252525 = 111111 \times 2 + 30303$$

இங்கு மீதி $30303 \neq 0$.

மீண்டும் யூக்ளிடின் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்த

$$111111 = 30303 \times 3 + 20202$$

இங்கு மீதி $20202 \neq 0$.

மீண்டும் யூக்ளிடின் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்த

$$30303 = 20202 \times 1 + 10101$$

இங்கு மீதி $10101 \neq 0$.

மீண்டும் யூக்ளிடின் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்த

$$20202 = 10101 \times 2 + 0$$

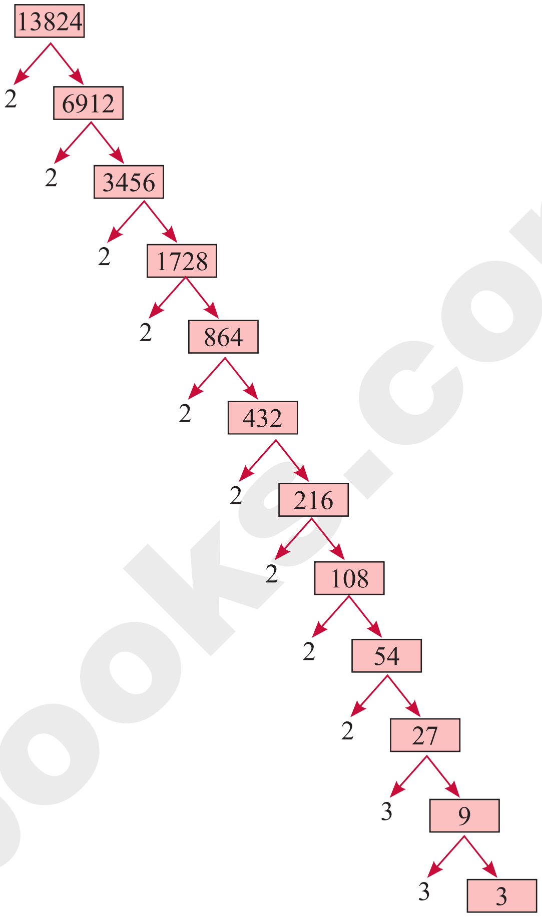
இங்கு மீதி 0.

10101 ஆனது 363636 மற்றும் 252525 இவற்றின் மீ.பொ.வ ஆகும்.

4. $13824 = 2^a \times 3^b$ எனில் a மற்றும் b –யின் மதிப்பு காண்க.

தீர்வு. $13824 = 2^a \times 3^b$ எனில்

காரணிப் பிரித்தல் மூலம்



$$13824 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$$

$$= 2^9 \times 3^3 = 2^a \times 3^b$$

$$\therefore \quad a = 9, b = 3.$$

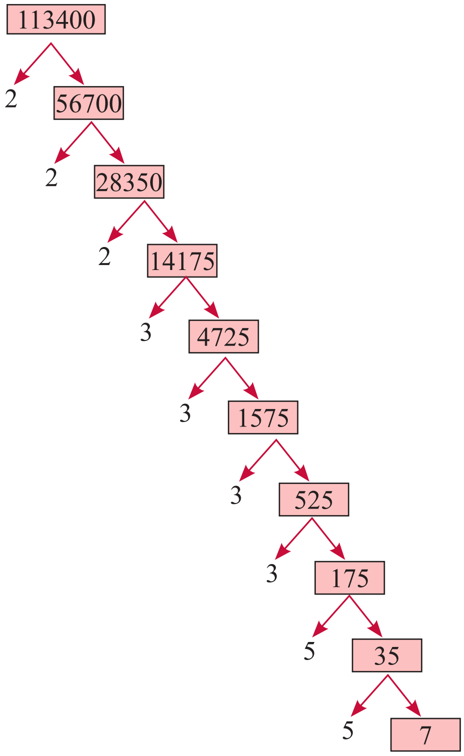
5. $p_1^{x_1} \times p_2^{x_2} \times p_3^{x_3} \times p_4^{x_4} = 113400$ இங்கு p_1, p_2, p_3, p_4 என்பன ஏறு வரிசையில் அமைந்த பகா எண்கள் மற்றும் x_1, x_2, x_3, x_4 என்பன முழுக்கள் எனில் p_1, p_2, p_3, p_4 மற்றும் x_1, x_2, x_3, x_4 ஆகியவற்றின் மதிப்புகளைக் காண்க.

தீர்வு. $p_1^{x_1} \times p_2^{x_2} \times p_3^{x_3} \times p_4^{x_4} = 113400$ எனில்

p_1, p_2, p_3, p_4 என்பன ஏறுவரிசையில் அமைந்த பகா எண்கள் x_1, x_2, x_3, x_4 என்பன முழுக்கள்.

$\therefore$ காரணிப்பிரித்தல் மூலம்

www.surabooks.com



$$113400 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7$$

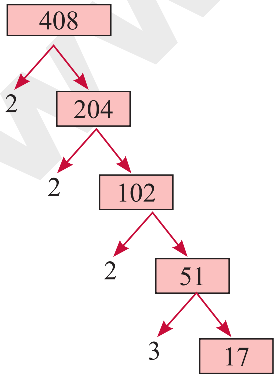
$$= 2^3 \times 3^4 \times 5^2 \times 7^1$$

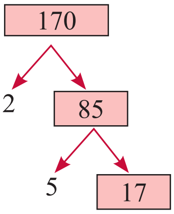
$$= p_1^{x_1} \times p_2^{x_2} \times p_3^{x_3} \times p_4^{x_4}$$

$\therefore\ p_1 = 2, p_2 = 3, p_3 = 5, p_4 = 7, x_1 = 3, x_2 = 4, x_3 = 2, x_4 = 1.$

6. அடிப்படை எண்ணியல் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி 408 மற்றும் 170 என்ற எண்களின் மீ.பொ.ம மற்றும் மீ.பொ.வ காண்க

தீர்வு. அடிப்படை எண்ணியல் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி 408 மற்றும் 170 -ன் மீ.பொ.வ, மீ.பொ.ம -வைக் காண்போம்.





$408 = 2^3 \times 3^1 \times 17^1$

$170 = 2^1 \times 5^1 \times 17^1$

408, 107 -ன் பொது பகா காரணிகள்	மிகப்பெரிய அடுக்கு
2	1
17	1

$\therefore$ H.C.F. $= 2^1 \times 17^1 = 34.$

408, 170, இவற்றின் மீ.பொ.ம காண்போம்

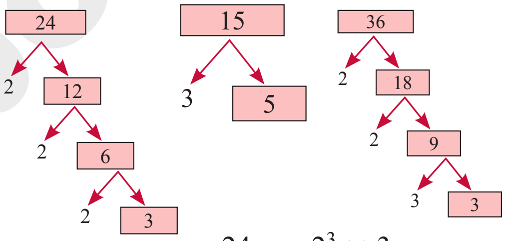
408, 107 -ன் பகா காரணிகள்	மிகப்பெரிய அடுக்கு
2	3
3	1
5	1
17	1

$\therefore$ மீ.பொ.ம $= 2^3 \times 3^1 \times 5^1 \times 17^1 = 2040$

$\therefore$ மீ.பொ.ம $= 2040$, மீ.பொ.வ $= 34$

7. 24,15,36 ஆகிய எண்களால் மீதியின்றி வகுபடும் மிகப்பெரிய ஆறிலக்க எண்ணைக் காண்க.

தீர்வு. 24, 15, 36 இவற்றின் மீ.பொ.ம காண



$$24 = 2^3 \times 3$$
$$15 = 3 \times 5$$
$$36 = 2^2 \times 3^2$$

24, 15, 36 -ன் பகாக் காரணிகள்	மிகப்பெரிய அடுக்குகள்
2	3
3	2
5	1

$\therefore$ மீ.பொ.ம $= 2^3 \times 3^2 \times 5^1$

$= 8 \times 9 \times 5 = 360$

ஒரு எண் 24, 15 மற்றும் 36 ஆகியவற்றால் மீதியின்றி வகுபடுமெனில் அது 360ல் வகுபடும். மிகப்பெரிய 6 இலக்க எண் 999999.

$\therefore$ 24, 15, 36, இவற்றால் மீதியின்றி வகுபடக்கூடிய 6 இலக்க எண்கள் பின்வருமாறு

103680, 116640, 115520, . . . 933120, 999720

$\therefore$ 24, 15, 36 ஆல் மீதியின்றி வகுபடக்கூடிய மிகப்பெரிய ஆறு இலக்க எண் 999720 ஆகும்.

www.surabooks.com

8. **35, 56 மற்றும் 91 ஆல் வகுக்கும் போது மீதி 7 –ஐத் தரக்கூடிய மிகச் சிறிய எண் எது?**

தீர்வு.

$$35 = 5 \times 7$$
$$56 = 2 \times 2 \times 2 \times 7$$
$$91 = 7 \times 13$$

35, 56, 91 ன் மீ.பொ.ம $= 5 \times 7 \times 2 \times 2 \times 2 \times 13$

$= 3640$

$\therefore$ 35, 56, 91 ஆல் வகுக்கப்படும் பொழுது மீதி 7 வரக்கூடிய மிகச்சிறிய எண் 3647 ஆகும்.

9. **முதல் 10 இயல் எண்களால் மீதியின்றி வகுபடக்கூடிய சிறிய எண் எது?**

தீர்வு. முதல் 10 இயல் எண்களால் வகுபடக்கூடிய மிகச்சிறிய எண் 2520 ஆகும்.

குறிப்பு:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10	∴ மீ.பொ.ம
2, 4–ன் மீச்சிறு மடங்கு = 8	8×9
3, 9–ன் மீச்சிறு மடங்கு = 9	$\times 7 \times 5$
7–ன் மீச்சிறு மடங்கு = 7	$= 40 \times 63$
5–ன் மீச்சிறு மடங்கு = 5	$= 2520$

$\therefore 5 \times 7 \times 9 \times 8 = 2520.$

பயிற்சி 2.3

1. **பின்வரும் சமன்பாடுகளை நிறைவு செய்யக்கூடிய குறைந்த பட்ச மிகை முழு x –ன் மதிப்பைக் காண்க.**

(i) $71 \equiv x$ (மட்டு 8) (ii) $78 + x \equiv 3$ (மட்டு 5)

(iii) $89 \equiv (x + 3)$ (மட்டு 4)

(iv) $96 \equiv \frac{x}{7}$ (மட்டு 5)

(v) $5x \equiv 4$ (மட்டு 6)

தீர்வு. (i) $71 \equiv x$ (மட்டு 8)

$71 \equiv 7$ (மட்டு 8)

$\therefore$ $x = 7$:[$71 - 7 = 64$ ஆனது 8 ல் வகுபடும்]

(ii) $78 + x \equiv 3$ (மட்டு 5)

$\Rightarrow$ $78 + x - 3 = 5n$ இங்கு n ஒரு முழு.

$75 + x = 5n$

$75 + x$ என்பது 5 -ன் மடங்கு.

$75 + 5 = 80$. 80 ஆனது 5 ன் மடங்கு.

$\therefore$ x -ன் குறைந்தபட்ச மிகை முழு மதிப்பு = 5 ஆகும்.

(iii) $89 \equiv (x + 3)$ (மட்டு 4)

$89 - (x + 3) = 4n$ இங்கு n ஒரு முழு

$86 - x = 4n$

$86 - x$ ஆனது 4 -ன் மடங்கு என்பதால்

$86 - 2 = 84$. இது 4 -ன் மடங்கு

84 ஆனது $89 - 5$.

$\therefore$ $89 = 5$ (மட்டு 4) $= (2 + 3)$ (மட்டு 4)

$\therefore \quad x = 2$

(iv) $96 \equiv \frac{x}{7}$ (மட்டு 5)

$96 - \frac{x}{7} = 5n$ (இங்கு n ஓர் முழு)

$$\frac{672 - x}{7} = 5n$$

$$672 - x = 35n$$

$672 - x$ ஆனது 35 -ன் மடங்கு.

$\therefore$ x -ன் மீச்சிறு மதிப்பு $= 7$ i.e. $672 - 7 = 665$

$\therefore$ 665 ஆனது 35 -ன் மடங்கு.

(v) $5x \equiv 4$ (மட்டு 6)

$5x - 4 = 6n$ (n ஓர் முழு).

$$5x = 6n + 4$$

$$x = \frac{6n + 4}{5}$$

$n = 1, 6, 11, . . .$ எனில் $x = \frac{6n+4}{5}$ (5 ஆல் வகுபடும்)

$n = 1$எனில் $x = \frac{10}{5} = 2$

$n = 6$ எனில் $x = \frac{36+4}{5} = \frac{40}{5} = 8,...$

$\therefore x = 2, 8, 14, . . .$

2. **x ஆனது மட்டு 17 –ன் கீழ் 13 உடன் ஒருங்கிசைவாக உள்ளது எனில், $7x - 3$ எந்த எண்ணுடன் ஒருங்கிசைவாக இருக்கும்.**

தீர்வு. $x \equiv 13$ (மட்டு 17) ...(1)

$7x - 3 \equiv p$ (மட்டு 17) ...(2)

(1) லிருந்து,

$x - 13 = 17n$ (n ஓர் முழு).

$x - 13$ ஓர் 17 -ன் மடங்கு.

$x = 30.$

$\therefore$ $30 - 13 = 17$ (இது 17 -ன் ஒரு மடங்கு)

www.surabooks.com

www.surabooks.com

(2) லிருந்து,

$$\begin{aligned} \Rightarrow \quad 7 \times 30 - 3 &\equiv p \text{ (மட்டு 17)} \\ 210 - 3 &\equiv p \text{ (மட்டு 17)} \\ 207 &\equiv p \text{ (மட்டு 17)} \\ 207 &\equiv 3 \text{ (மட்டு 17)} \\ \therefore \quad p &\equiv 3 \end{aligned}$$

3. தீர்க்க $5x \equiv 4$ (மட்டு 6)

தீர்வு. $5x \equiv 4$ (மட்டு 6)

$$\begin{aligned} 5x - 4 &= 6n \text{ இங்கு } n \text{ ஒரு முழு} \\ 5x &= 6n + 4 \\ x = \frac{6n+4}{5} \text{ இங்கு } n &= 1, 6, 11, \ldots \\ \therefore \quad x &= 2, 8, 14, \ldots \end{aligned}$$

4. தீர்க்க $3x - 2 \equiv 0$ (மட்டு 11)

தீர்வு.

$$\begin{aligned} 3x - 2 &\equiv 0 \text{ (மட்டு 11)} \\ 3x - 2 &= 11n \text{ (} n \text{ ஓர் முழு)} \\ 3x &= 11n + 2 \\ x &= \frac{11n+2}{3} \quad \text{இங்கு } n = 2, 5, 8, \ldots \\ x &= \frac{11 \times 2 + 2}{3} = 8 \\ \therefore \quad x &= \frac{11 \times 5 + 2}{3} = \frac{55+2}{3} \\ &= \frac{57}{3} = 19 \\ x &= \frac{11 \times 8 + 2}{3} = \frac{88+2}{3} \\ &= \frac{90}{3} = 30. \\ \therefore \quad x &= 8, 19, 30, \ldots \end{aligned}$$

5. முற்பகல் 7 மணிக்கு 100 மணி நேரத்திற்குப் பிறகு நேரம் என்ன?

தீர்வு. $100 \equiv x$ (மட்டு 12) (∵ ஒவ்வொரு 12 நேரத்திலும் 7 வருவதால்)

$100 \equiv 4$ (மட்டு 12) [∵ x -ன் குறைந்த மதிப்பு 4]

∴ முற்பகல் 7 மணிக்குப் பிறகு 100 மணி நேரத்திற்குப் பிறகு ஆன நேரம் $7 + 4 = 11$ மணி ஆகும்

அதாவது முற்பகல் 11 மணி

6. பிற்பகல் 11 மணிக்கு 15 மணி நேரத்திற்கு முன்பு நேரம் என்ன?

தீர்வு. $15 \equiv x$ (மட்டு 12)

$15 - x = 12n$

$15 - x$ ஆனது 12 -ன் மடங்கு

$x = 3$.

∴ பிற்பகல் 11 மணிக்கு 15 மணி நேரத்திற்கு முன்பான நேரம் $= 11 - 3 = 8$ மணி i.e. பிற்பகல் 8 மணி.

7. இன்று செவ்வாய் கிழமை, என்னுடைய மாமா 45 நாட்களுக்குப் பிறகு வருவதாகக் கூறியுள்ளார். என்னுடைய மாமா எந்தக் கிழமையில் வருவார்?

தீர்வு. ஒரு வாரத்தில் உள்ள நாட்கள் = 7

$$\begin{aligned} 45 &\equiv x \text{ (மட்டு 7)} \\ 45 - x &= 7n \text{ (} n \text{ ஒரு முழு)} \end{aligned}$$

$45 - x$ ஆனது 7 -ன் மடங்கு.

$\therefore x = 3$.

∴ செவ்வாய் கிழமைக்குப் பிறகான மூன்றாவது நாள் வெள்ளிக்கழமை மாமா வருவார்.

8. எந்த ஒரு மிகை முழு எண் n –ற்கும் $2^n + 6 \times 9^n$ ஆனது 7 ஆல் வகுபடும் என நிறுவுக.

தீர்வு. $n = 1$ எனில்

$2^1 + 6 \times 9^1 = 2 + 54 = 56$ ஆனது 7 ல் வகுபடும்

$$\begin{aligned} n &= k \text{ எனில்} \\ 2^k + 6 \times 9^k &= 7m \\ &\text{[இங்கு } m \text{ ஒரு திசையிலி]} \\ 6 \times 9^k &= 7m - 2^k \qquad \ldots(1) \\ n &= k + 1 \text{ க்கு நிரூபிக்க} \\ 2^{k+1} + 6 \times 9^{k+1} &= 2^{k+1} + 6 \times 9^k \times 9 \\ &= 2^{k+1} + (7m - 2^k)9 \\ &\text{((1)ஐ பயன்படுத்தி)} \end{aligned}$$

$= 2^{k+1} + 63m - 9.2^k = 63 + 2^k.2^1 - 9.2^k$

$= 63m - 2^k (9 - 2) = 63m - 7.2^k$

$= 7 (9m - 2^k)$ இது 7 ஆல் வகுபடும்

∴ $2^n + 6 \times 9^n$ ஆனது 7 ஆல் வகுபடும் என நிரூபிக்கப்பட்டது.

9. 2^{81} ஐ 17 ஆல் வகுக்கும் போது கிடைக்கும் மீதி காண்க.

தீர்வு.

$$\begin{aligned} 2^{81} &\equiv x \text{ (மட்டு 17)} \\ 2^{40} \times 2^{40} \times 2^1 &\equiv x \text{ (மட்டு 17)} \\ (2^4)^{10} \times (2^4)^{10} \times 2^1 &\equiv x \text{ (மட்டு 17)} \\ (16)^{10} \times (16)^{10} \times 2 &\equiv x \text{ (மட்டு 17)} \\ (16^5)^2 \times (16^5)^2 \times 2 & \\ (16^5) &\equiv 16 \text{ (மட்டு 17)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(16^5)^2 &\equiv 16^2 \text{ (மட்டு 17)}\\ (16^5)^2 &\equiv 256 \text{ (மட்டு 17)}\\ &\equiv 1 \text{ (மட்டு 17)}\end{aligned}$$

[$\because$ 255 ஆனது 17 ல் வகுபடும்]

$$\begin{aligned}(16^5)^2 \times (16^5)^2 \times 2 &\equiv 1 \times 1 \times 2 \text{ (மட்டு 17)}\\ \therefore 2^{81} &\equiv 2 \text{ (மட்டு 17)}\\ \therefore x &= 2\end{aligned}$$

10. பிரிட்டிஷ் ஏர்லைன்ஸ் விமானத்தில் சென்னையிலிருந்து லண்டன் செல்லப் பயண நேரம் தோராயமாக 11 மணிநேரம். விமானம் தனது பயணத்தை ஞாயிற்றுக்கிழமை 23:30 மணிக்குத் தொடங்கியது. சென்னையின் திட்ட நேரமானது லண்டனின் திட்ட நேரத்தைவிட 4:30 மணி நேரம் முன்னதாக இருக்குமெனில், விமானம் லண்டனில் தரையிறங்கும் நேரத்தைக் காண்க.

தீர்வு. சென்னையிலிருந்து லண்டன் செல்லப் பயண நேரம் = 11 மணி (தோராயமாக)

சென்னையிலிருந்து கிளம்பும் நேரம் = 23.30 மணி

இங்கு மட்டு 24ஐ பயன்படுத்த

$$\begin{aligned}\text{சென்று சேரும் நேரம்} &= 23.30 + 11 && \text{(மட்டு 24)}\\ &= 34.30 && \text{(மட்டு 24)}\\ &= 10.30 && \text{(மட்டு 24)}\end{aligned}$$

சென்னையின் திட்ட நேரப்படி திங்கள் கிழமை காலை 10.30 மணிக்கு தரையிறங்குகிறார்.

$\therefore$ லண்டனின் திட்ட நேரப்படி = 10.30 – 4.30 = 6.00 விமானம் லண்டனில் தரையிறங்கும் நேரம் திங்கள் கிழமை காலை 6.00 மணியாகும்.

பயிற்சி 2.4

1. பின்வரும் தொடர்வரிசைகளின் அடுத்த உறுப்புகளைக் காண்க.

(i) 8, 24, 72, … (ii) 5, 1,–3,… (iii) $\frac{1}{4}, \frac{2}{9}, \frac{3}{16}$,....

தீர்வு. (i) 8, 24, 72,...

கூட்டுத் தொடரில் $a = 8,$

$$\begin{aligned}d &= t_2 - t_1 && = t_3 - t_2\\ &= 24 - 8 && \ 72 - 24\\ &= 16 && \neq 48\end{aligned}$$

$\therefore$ இது ஒரு கூட்டுத்தொடர் இல்லை.

பெருக்குத் தொடரில்

$$r = \frac{t_2}{t_1} = \frac{t_3}{t_2}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{24}{8} = \frac{72}{24}$$

$$\Rightarrow \quad 3 = 3$$

$\therefore$ இது ஒரு பெருக்குத் தொடர்

$\therefore$ n -ம் உறுப்பு $t_n = ar^{n-1}$

$$\begin{aligned}\therefore t_4 &= 8 \times 3^{4-1}\\ &= 8 \times 3^3\\ &= 8 \times 27\\ &= 216\end{aligned} \qquad \begin{aligned}t_5 &= 8 \times 3^{5-1}\\ &= 8 \times 3^4\\ &= 8 \times 81\\ &= 648\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}t_6 &= 8 \times 3^{6-1}\\ &= 8 \times 3^5 = 8 \times 243\\ &= 1944\end{aligned}$$

அடுத்தடுத்த மூன்று உறுப்புகள் 8, 24, 72, $\underline{216}$, $\underline{648}$, $\underline{1944}$.

(ii) 5, 1, –3, . . .

$$\begin{aligned}d &= t_2 - t_1 = t_3 - t_2\\ \Rightarrow \quad 1 - 5 &= -3 - 1\\ -4 &= -4\end{aligned}$$

$\therefore$ இது ஒரு **A.P.**

$$\begin{aligned}t_n &= a + (n-1)d\\ t_4 &= 5 + 3 \times -4\\ &= 5 - 12\\ &= -7\\ t_5 &= a + 4d\\ &= 5 + 4 \times -4\\ &= 5 - 16\\ &= -11\\ t_6 &= a + 5d\\ &= 5 + 5 \times -4\\ &= 5 - 20\\ &= -15\end{aligned}$$

$\therefore$ அடுத்தடுத்த மூன்று உறுப்புகள் = 5, 1, –3, $\underline{-7}$, $\underline{-11}$, $\underline{-15}$.

(iii) $\frac{1}{4}, \frac{2}{9}, \frac{3}{16}, \ldots$

தொகுதி இயல் எண்களைக் கொண்டுள்ளன, பகுதி அதற்கு அடுத்த இயல் எண்ணின் வர்க்கம் ஆகும்.

$$\frac{1}{4}, \frac{2}{9}, \frac{3}{16}, \frac{4}{25}, \frac{5}{36}, \frac{6}{49} \ldots.$$

www.surabooks.com

2. **பின்வரும் n–வது உறுப்புகளைக் கொண்ட தொடர்வரிசைகளின் முதல் நான்கு உறுப்புகளைக் காண்க.**

(i) $a_n = n^3 - 2$ **(ii)** $a_n = (-1)^{n+1}\, n(n+1)$

(iii) $a_n = 2n^2 - 6$

தீர்வு. $t_n = a_n = n^3 - 2$

(i)
$$\begin{aligned} a_1 = 1^3 - 2 &= 1 - 2 = -1 \\ a_2 = 2^3 - 2 &= 8 - 2 = 6 \\ a_3 = 3^3 - 2 &= 27 - 2 = 25 \\ a_4 = 4^3 - 2 &= 64 - 2 = 62 \end{aligned}$$

$\therefore$ முதல் 4 உறுப்புகள் $= -1, 6, 25, 62, \ldots$

(ii) $a_n = (-1)^{n+1}\, n(n+1)$
$$\begin{aligned} a_1 &= (-1)^{1+1}\,(1)\,(1+1) \\ &= (-1)^2\,(1)\,(2) = 2 \\ a_2 &= (-1)^{2+1}\,(2)\,(2+1) \\ &= (-1)^3\,(2)\,(3) = -6 \\ a_3 &= (-1)^{3+1}\,(3)\,(3+1) \\ &= (-1)^4\,(3)\,(4) = 12 \\ a_4 &= (-1)^{4+1}\,(4)\,(4+1) \\ &= (-1)^5\,(4)\,(5) = -20 \end{aligned}$$

$\therefore$ முதல் 4 உறுப்புகள் $2, -6, 12, -20, \ldots$

(iii)
$$\begin{aligned} a_n &= 2n^2 - 6 \\ a_1 = 2(1)^2 - 6 &= 2 - 6 = -4 \\ a_2 = 2(2)^2 - 6 &= 8 - 6 = 2 \\ a_3 = 2(3)^2 - 6 &= 18 - 6 = 12 \\ a_4 = 2(4)^2 - 6 &= 32 - 6 = 26 \end{aligned}$$

$\therefore$ முதல் 4 உறுப்புகள் $-4, 2, 12, 26, \ldots$

3. **கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள n –வது உறுப்பைக் காண்க.**

(i) 2,5,10,17,... **(ii)** $0, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \ldots..$

(iii) 3,8,13,18,...

தீர்வு. (i) 2, 5, 10, 17

$= 1^2 + 1, 2^2 + 1, 3^2 + 1, 4^2 + 1 \ldots$

$\therefore n$ -ம் உறுப்பு $= n^2 + 1$

(ii) $0, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \ldots$
$$= \frac{1-1}{1}, \frac{2-1}{2}, \frac{3-1}{3} \ \ldots$$
$$\Rightarrow \frac{n-1}{n}$$

$\therefore n$ -ம் உறுப்பு $\frac{n-1}{n}$

(iii) 3, 8, 13, 18
$$\begin{aligned} a &= 3 \\ d &= 5 \\ t_n &= a + (n-1)d \\ &= 3 + (n-1)5 \\ &= 3 + 5n - 5 \\ &= 5n - 2 \end{aligned}$$

$\therefore n$ -ம் உறுப்பு $5n - 2$

4. **கீழ்கண்ட தொடர்வரிசைகள் ஒவ்வொன்றிலும் n–வது உறுப்பு கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. அதில் குறிப்பிடப்பட்டுள்ள உறுப்புகளைக் காண்க.**

(i) $a_n = \frac{5n}{n+2}$; a_6 **மற்றும்** a_{13}

(ii) $a_n = -(n^2 - 4)$; a_4 **மற்றும்** a_{11}

தீர்வு. (i)
$$\begin{aligned} a_n &= \frac{5n}{n+2} \\ a_{13} &= \frac{5\times13}{13+2} = \frac{\cancel{65}^{13}}{\cancel{15}^{3}} = \frac{13}{3} \\ a_6 &= \frac{5\times6}{6+2} = \frac{\cancel{30}^{15}}{\cancel{8}^{4}} \\ &= \frac{15}{4} \end{aligned}$$

(ii)
$$\begin{aligned} a_n &= -(n^2 - 4); \ a_4 \text{ மற்றும் } a_{11} \\ a_4 &= -(4^2 - 4) \\ &= -(16 - 4) = -12 \\ a_{11} &= -(11^2 - 4) \\ &= -(121 - 4) = -117 \end{aligned}$$

5. $$a_n = \begin{cases} \dfrac{n^2-1}{n+3}; & n \text{ ஓர் இரட்டை எண் } n \in \mathbb{N} \\ \dfrac{n^2}{2n+1}; & n \text{ ஓர் ஒற்றை எண் } n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

என்பது n –வது உறுப்பு எனில் a_8 மற்றும் a_{15} காண்க

தீர்வு. $$a_n = \begin{cases} \dfrac{n^2-1}{n+3}; & n \text{ ஓர் இரட்டை எண் } n \in \mathbb{N} \\ \dfrac{n^2}{2n+1}; & n \text{ ஓர் ஒற்றை எண் } n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

$$a_8 = \frac{n^2-1}{n+3} = \frac{8^2-1}{8+3} = \frac{64-1}{11} = \frac{63}{11}$$

$$a_{15} = \frac{n^2}{2n+1} = \frac{15^2}{2\times15+1} = \frac{225}{30+1} = \frac{225}{31}$$

www.surabooks.com

6. **$a_1 = 1, a_2 = 1$ மற்றும் $a_n = 2a_{n-1} + a_{n-2}, n \geq 3, n \in \mathbb{N}$, எனில், தொடர்வரிசையின் முதல் ஆறு உறுப்புகளைக் காண்க.**

தீர்வு.

$$\begin{aligned}
a_1 &= 1, a_2 = 1,\\
a_n &= 2a_{n-1} + a_{n-2}\\
a_3 &= 2a_{(3-1)} + a_{(3-2)}\\
&= 2a_2 + a_1\\
&= 2 \times 1 + 1 = 3\\
a_4 &= 2a_{(4-1)} + a_{(4-2)}\\
&= 2a_3 + a_2\\
&= 2 \times 3 + 1 = 7\\
a_5 &= 2a_{(5-1)} + a_{(5-2)}\\
&= 2a_4 + a_3\\
&= 2 \times 7 + 3 = 17\\
a_6 &= 2a_{(6-1)} + a_{(6-2)}\\
&= 2a_5 + a_4\\
&= 2 \times 17 + 7\\
&= 34 + 7\\
&= 41
\end{aligned}$$

$\therefore$ முதல் ஆறு உறுப்புகள்: 1, 1, 3, 7, 17, 41, ...

பயிற்சி 2.5

1. **பின்வரும் தொடர்வரிசைகள் ஒரு கூட்டுத் தொடர்வரிசையா எனச் சோதிக்கவும்.**

(i) $a-3, a-5, a-7,....$ **(ii) $\frac{1}{2},\frac{1}{3},\frac{1}{4},\frac{1}{5},....$**

(iii) 9, 13, 17, 21, 25,.... **(iv) $\frac{-1}{3},0,\frac{1}{3},\frac{2}{3},....$**

(v) 1, –1, 1, –1, 1, –1,...

தீர்வு. கொடுக்கப்பட்டது ஒரு A.P எனில் $d = t_2 - t_1 = t_3 - t_2$.

(i) $\underset{t_1}{a-3}, \underset{t_2}{a-5}, \underset{t_3}{a-7}, \ldots$

$$\begin{aligned}
d = t_2 - t_1 = a-5-(a-3) &= \cancel{a} - 5 - \cancel{a} + 3\\
&= -2\\
d = t_3 - t_2 = a-7-(a-5) &= \cancel{a} - 7 - \cancel{a} + 5\\
&= -2
\end{aligned}$$

$\therefore d = -2$ $\therefore$ இது ஒரு கூட்டுத்தொடர்.

(ii) $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \ldots$

$d = t_2 - t_1$; $d = t_3 - t_2$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} - \frac{1}{2} \qquad \Bigg| \qquad \frac{1}{4} - \frac{1}{3}$$

$$= \frac{2-3}{6} \qquad \Bigg| \qquad = \frac{3-4}{12} = \frac{-1}{12}$$

$$= \frac{-1}{6}$$

$$\frac{-1}{6} \neq \frac{-1}{12}$$

$\Rightarrow t_2 - t_1 \neq t_3 - t_2$

$\therefore$ இது ஒரு கூட்டுத்தொடர் வரிசை அல்ல

(iii) 9, 13, 17, 21, 25, . . .

$$\begin{aligned}
d = t_2 - t_1 &= 13 - 9 = 4\\
d = t_3 - t_2 &= 17 - 13 = 4\\
4 &= 4
\end{aligned}$$

$\therefore$ இது ஒரு கூட்டுத்தொடர் வரிசை.

(iv) $\frac{-1}{3}, 0, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \ldots$

$$\begin{aligned}
d = t_2 - t_1 &= 0 - \left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{3}\\
d = t_3 - t_2 &= \frac{1}{3} - 0 = \frac{1}{3}\\
\frac{1}{3} &= \frac{1}{3}
\end{aligned}$$

$\therefore$ இது ஒரு கூட்டுத்தொடர் வரிசை

(v) 1, –1, 1, –1, 1, –1, . . .

$$\begin{aligned}
d = t_2 - t_1 &= -1 - 1 = -2\\
d = t_3 - t_2 &= 1 - (-1) = 2\\
-2 &\neq 2
\end{aligned}$$

$\therefore$ இது ஒரு கூட்டுத்தொடர் வரிசை அல்ல

2. **கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள முதல் உறுப்பு a மற்றும் பொது வித்தியாசம் d–க்கு கூட்டுத்தொடர் வரிசைகளைக் காண்க.**

(i) $a = 5, d = 6$ **(ii) $a = 7, d = -5$**

(iii) $a = \frac{3}{4}, d = \frac{1}{2}$

தீர்வு. (i) $a = 5, d = 6$

$$\begin{aligned}
\text{A.P} &= a, a+d, a+2d, \ldots\\
&= 5, 5+6, 5+2 \times 6, \ldots\\
&= 5, 11, 17, \ldots
\end{aligned}$$

www.surabooks.com

(ii) $a = 7, d = -5$

$$\begin{aligned} \text{A.P} &= a, a+d, a+2d,... \\ &= 7, 7+(-5), 7+2(-5), \ldots \\ &= 7, 2, -3, \ldots \end{aligned}$$

(iii) $a = \frac{3}{4}, d = \frac{1}{2}$

$$\begin{aligned} \text{A.P} &= a, a+d, a+2d, \ldots \\ &= \frac{3}{4}, \frac{3}{4}+\frac{1}{2}, \frac{3}{4}+\cancel{2}\left(\frac{1}{\cancel{2}}\right), \ldots \\ &= \frac{3}{4}, \frac{3+2}{4}, \frac{3+4}{4}, \ldots \\ \text{A.P} &= \frac{3}{4}, \frac{5}{4}, \frac{7}{4}, \ldots. \end{aligned}$$

3. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள பொது உறுப்புகளுடைய கூட்டுத் தொடர்வரிசைகளின் முதல் உறுப்பு மற்றும் பொது வித்தியாசம் காண்க.

(i) $t_n = -3 + 2n$ (ii) $t_n = 4 - 7n$

தீர்வு.

(i)
$$\begin{aligned} a = t_1 &= -3 + 2(1) = -3 + 2 = -1 \\ d &= t_2 - t_1 \end{aligned}$$

இங்கு
$$\begin{aligned} t_2 &= -3 + 2(2) = -3 + 4 = 1 \\ \therefore \quad d &= t_2 - t_1 = 1 - (-1) = 2 \end{aligned}$$

(ii)
$$\begin{aligned} a = t_1 &= 4 - 7(1) = 4 - 7 = -3 \\ d &= t_2 - t_1 \end{aligned}$$

இங்கு
$$\begin{aligned} t_2 &= 4 - 7(2) = 4 - 14 = -10 \\ \therefore \quad d &= t_2 - t_1 = -10 - (-3) = -7 \end{aligned}$$

4. –11,–15,–19,...என்ற கூட்டுத் தொடர்வரிசையின் 19 –வது உறுப்பைக் காண்க.

தீர்வு.
$$\begin{aligned} \text{A.P} &= -11, -15, -19, \ldots \\ a &= -11 \\ d &= t_2 - t_1 = -15 - (-11) \\ &= -15 + 11 \\ &= -4 \\ n &= 19 \\ \therefore \quad t_n &= a + (n-1)d \\ t_{19} &= -11 + (19-1)(-4) \\ &= -11 + 18 \times -4 \\ &= -11 - 72 \\ &= -83 \end{aligned}$$

5. 16, 11, 6, 1,... என்ற கூட்டுத் தொடர்வரிசையில் –54 என்பது எத்தனையாவது உறுப்பு?

தீர்வு. A.P = 16, 11, 6, 1, . . .

n -ம் உறுப்பு = – 54 என்க

$$\begin{aligned} t_n &= -54 \\ a = 16, d &= t_2 - t_1 = 11 - 16 = -5 \\ \therefore \quad t_n &= a + (n-1)d \\ -54 &= 16 + (n-1)(-5) \\ -54 &= 16 - 5n + 5 \\ 21 - 5n &= -54 \\ -5n &= -54 - 21 \\ -5n &= -75 \\ n &= \frac{75}{5} = 15 \end{aligned}$$

∴ 15 -ம் உறுப்பு –54 ஆகும்.

6. 9, 15, 21, 27,...,183.என்ற கூட்டுத் தொடர் வரிசையின் 19 –வது உறுப்புகளைக் காண்க

தீர்வு. A.P = 9, 15, 21, 27,..., 183

ஒரு கூட்டுத் தொடரின் உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை

$$\begin{aligned} n &= \frac{l-a}{d} + 1 \\ a = 9, l = 183, d &= 15 - 9 = 6 \\ \therefore \quad n &= \frac{183-9}{6} + 1 \\ &= \frac{174}{6} + 1 \\ &= 29 + 1 = 30 \end{aligned}$$

∴ உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை = 30.

நடு உறுப்பு = 15 மற்றும்16 -வது உறுப்புகள்

$$\begin{aligned} \therefore \quad t_{15} &= a + (n-1)d \\ &= 9 + 14 \times 6 \\ &= 9 + 84 \\ &= 93 \\ t_{16} &= a + 15d \\ &= 9 + 15 \times 6 \\ &= 9 + 90 \\ &= 99 \end{aligned}$$

∴ நடு உறுப்புகள் = 93, 99.

www.surabooks.com

7. ஒரு கூட்டுத் தொடர்வரிசையின் ஒன்பதாவது உறுப்பின் ஒன்பது மடங்கும், பதினைந்தாவது உறுப்பின் பதினைந்து மடங்கும் சமம் எனில் இருபத்து நான்காவது உறுப்பின் ஆறு மடங்கானது பூச்சியம் என நிறுவுக.

தீர்வு. ஒரு கூட்டுத்தொடர் வரிசையின் ஒன்பதாவது உறுப்பின் ஒன்பது மடங்கு = பதினைந்தாவது உறுப்பின் பதினைந்து மடங்கு

$$9t_9 = 15t_{15}$$
$$9(a+8d) = 15(a+14d)$$
$$9a+72d = 15a+210d$$
$$15a+210d-9a-72d=0$$
$$\Rightarrow \quad 6a+138d = 0$$
$$\Rightarrow \quad 6(a+23d) = 0$$
$$\Rightarrow 6(a+(24-1)d) = 0$$

$\Rightarrow \quad 6t_{24} = 0.$ எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

8. $3+k$, $18-k$, $5k+1$ என்பவை ஒரு கூட்டுத் தொடர்வரிசையில் உள்ளன எனில் k –யின் மதிப்பு காண்க.

தீர்வு. $3+k$, $18-k$, $5k+1$ என்பன ஒரு கூட்டுத் தொடர்வரிசையில் உள்ளன

$\Rightarrow 2b = a+c$ இங்கு a, b, c ஒரு A.P ல் உள்ளன.

$$\therefore \underbrace{3+k}_{a}, \underbrace{18-k}_{b}, \underbrace{5k+1}_{c}$$

$$2b = a+c$$
$$\Rightarrow \quad 2(18-k) = 3+k+5k+1$$
$$36-2k = 4+6k.$$
$$6k+2k = 36-4$$
$$8k = 32$$
$$k = \frac{32}{8} = 4$$

9. x, 10, y, 24, z என்பவை ஒரு கூட்டுத் தொடர் வரிசையில் உள்ளன எனில், x, y, z, ஆகியவற்றின் மதிப்பு காண்க.

தீர்வு. $\text{A.P} = x, 10, y, 24, z, \ldots$

$$d = t_2 - t_1 = 10 - x \quad \ldots(1)$$
$$= t_3 - t_2 = y - 10 \quad \ldots(2)$$
$$= t_4 - t_3 = 24 - y \quad \ldots(3)$$
$$= t_5 - t_4 = z - 24 \quad \ldots(4)$$

(2) மற்றும் (3)

$$\Rightarrow \quad y - 10 = 24 - y$$
$$2y = 24 + 10 = 34$$
$$y = \frac{34}{2} = 17$$

(1) மற்றும் (2)

$$\Rightarrow \quad 10 - x = y - 10$$
$$10 - x = 17 - 10 = 7$$
$$-x = 7 - 10$$
$$\cancel{-}x = \cancel{-}3 \Rightarrow x = 3.$$

(3) மற்றும் (4) லிருந்து

$$24 - y = z - 24$$
$$24 - 17 = z - 24$$
$$7 = z - 24$$
$$\therefore \quad z = 7 + 24 = 31$$

$\therefore$ தீர்வுகள் $x = 3$

$y = 17$

$z = 31$

10. ஒரு சினிமா அரங்கின் முதல் வரிசையில் 20 இருக்கைகளும் மொத்தம் 30 வரிசைகளும் உள்ளன. அடுத்தடுத்து ஒவ்வொரு வரிசையிலும் அதற்கு முந்தைய வரிசையைவிட இரண்டு இருக்கைகள் கூடுதலாக உள்ளன. கடைசி வரிசையில் எத்தனை இருக்கைகள் இருக்கும்?

தீர்வு.

$$t_1 = a = 20$$
$$t_2 = a + 2 = 22$$
$$t_3 = a + 2 + 2 = 24 \Rightarrow d = 2$$

$\therefore$ இங்கு 20, 22, 24 ஒரு கூட்டுத் தொடர்.

$$t_{30} = a + 29d$$
$$= 20 + 29 \times 2$$
$$= 20 + 58$$
$$= 78$$

$\therefore$ கடைசி வரிசையில் 78 இருக்கைகள் இருக்கும்.

11. ஒரு கூட்டுத் தொடர் வரிசையில் அமைந்த அடுத்தடுத்த மூன்று உறுப்புகளின் கூடுதல் 27 மற்றும் அவற்றின் பெருக்கற்பலன் 288 எனில், அந்த மூன்று உறுப்புகளைக் காண்க.

தீர்வு. ஒரு கூட்டுத் தொடரின் முதல் மூன்று உறுப்புகள்

$$= a - d, a, a + d$$

அவற்றின் கூடுதல் $= a - \cancel{d} + a + a + \cancel{d} = 27$

$$3a = 27$$
$$a = \frac{27}{3} = 9$$

அவற்றின் பெருக்கற்பலன் $= (a-d)(a)(a+d) = 288$

$$= 9(a^2 - d^2)$$
$$\Rightarrow 9(9^2 - d^2) = 288$$

www.surabooks.com

$$\Rightarrow \quad \cancel{9}(81-d^2) = \cancel{288}^{32}$$

$$\begin{aligned} 81-d^2 &= 32 \\ -d^2 &= 32-81 \\ -d^2 &= -49 \\ d^2 &= 49 \\ \Rightarrow \quad d &= \pm 7 \end{aligned}$$

∴ முதல் மூன்று உறுப்புகள் $a = 9, d = 7$ எனில்

$$\begin{aligned} a-d, a, a+d &= 9-7, 9, 9+7 \\ \text{A.P} &= 2, 9, 16 \\ a &= 9 \text{ எனில், } d = -7, \\ \text{A.P} &= 9-(-7), 9, 9+(-7) \\ &= 16, 9, 2 \end{aligned}$$

12. **ஒரு கூட்டுத் தொடர் வரிசையின் 6 –வது மற்றும் 8 –வது உறுப்புகளின் விகிதம் 7:9 எனில். 9 –வது மற்றும் 13 –வது உறுப்புகளின் விகிதம் காண்க.**

தீர்வு.

$$\begin{aligned} \frac{t_6}{t_8} &= \frac{7}{9} \\ \frac{a+5d}{a+7d} &= \frac{7}{9} \\ 9a+45d &= 7a+49d \end{aligned}$$

$$9a+45d-7a-49d = 0$$

$$\begin{aligned} 2a-4d &= 0 \Rightarrow \quad 2a = 4d \\ a &= 2d \\ a &= 2d \text{ என பிரதியிட,} \\ \frac{t_9}{t_{13}} &= \frac{a+8d}{a+12d} \\ = \frac{2d+8d}{2d+12d} &= \frac{10\cancel{d}}{14\cancel{d}} \\ &= \frac{5}{7} \\ \therefore \quad t_9:t_{13} &= 5:7. \end{aligned}$$

13. **ஒரு குளிர் காலத்தில் திங்கள் கிழமை முதல் வெள்ளிக் கிழமை வரை ஊட்டியின் வெப்பநிலை கூட்டுத் தொடர் வரிசையில் உள்ளன. திங்கள் கிழமை முதல் புதன் கிழமை வரை உள்ள வெப்ப நிலைகளின் கூடுதல் 0° C மற்றும் புதன் கிழமை முதல் வெள்ளிக் கிழமை வரை உள்ள வெப்பநிலைகளின் கூடுதல் 18° C எனில், ஐந்து நாட்களின் வெப்பநிலைகளைக் காண்க.**

தீர்வு. வெப்பநிலை மாற்றம் ஒரு கூட்டுத் தொடர் வரிசை என்க

A.P = $(a-d), a, a+d, a+2d, a+3d.$

அவற்றின் கூடுதல் = $a-\cancel{d}+a+a+\cancel{d} = 0$

$\Rightarrow 3a = 0 \Rightarrow a = 0.$

$a+d+a+2d+a+3d = 18$

$$\begin{aligned} 3a+6d &= 18 \\ 3(0)+6d &= 18 \\ 6d &= 18 \\ d &= \frac{18}{6} = 3 \end{aligned}$$

∴ திங்கள் முதல் வெள்ளி வரை உள்ள வெப்பநிலை

$$= a-d, a, a+d, a+2d, a+3d$$

$0-3, 0, 0+3, 0+2(3), 0+3(3)$

$$= -3^\circ\text{C}, 0^\circ\text{C}, 3^\circ\text{C}, 6^\circ\text{C}, 9^\circ\text{C}$$

14. **பிரியா தனது முதல் மாத வருமானமாக ₹15,000 ஈட்டுகிறார் அதன் பிறகு ஒவ்வோர் ஆண்டும் அவரது வருமானம் ₹1500 உயர்கிறது. அவளுடைய முதல் மாத செலவு ₹13,000 மற்றும் மாதாந்திரச் செலவு ஒவ்வோர் ஆண்டும் ₹900 உயர்கிறது. பிரியாவின் மாதாந்திர சேமிப்பு ₹20,000 அடைய எவ்வளவு காலம் ஆகும்.**

தீர்வு.

	ஆண்டு வருமானம்	ஆண்டு செலவு	ஆண்டு செமிப்பு
முதலாம் ஆண்டு	15000	13000	2000
இரண்டாம் ஆண்டு	16500	13900	2600
மூன்றாம் ஆண்டு	18000	14800	3200

ஆண்டு சேமிப்பு ஒரு கூட்டுத் தொடர் வரிசை என்க $a_1 = 2000$ மற்றும் d = 600.

சேமிப்பு ₹20,000 அடையத் தேவையான வருடங்கள் காண,

$$\begin{aligned} a_n &= 20,000 \text{ என்க} \\ a_n &= a+(n-1)d \\ 20000 &= 2000+(n-1)600 \\ (n-1)\,600 &= 18000 \\ n-1 &= \frac{18000}{600} = 30 \\ n &= 31 \text{ ஆண்டுகள்.} \end{aligned}$$

www.surabooks.com

பயிற்சி 2.6

1. **பின்வருவனவற்றின் கூடுதல் காண்க.**

(i) 3, 7, 11,... 40 உறுப்புகள் வரை

(ii) 102, 97, 92,... 27 உறுப்புகள் வரை

(iii) 6 + 13 + 20 + ... + 97

தீர்வு. (i) 3, 7, 11, . . . 40 உறுப்புகள் வரை

$$a = 3, d = t_2 - t_1 = 7 - 3 = 4$$

$$n = 40$$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d)$$

$$S_{40} = \frac{40}{2}(2 \times 3 + 39d)$$

$$= 20(6 + 39 \times 4)$$

$$= 20(6 + 156)$$

$$= 20 \times 162 = 3240$$

(ii) 102, 97, 92, . . . 27 உறுப்புகள் வரை

$$a = 102,$$

$$d = t_2 - t_1$$

$$= 97 - 102 \quad = -5$$

$$n = 27$$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d)$$

$$S_{27} = \frac{27}{2}(2 \times 102 + 26 \times -5)$$

$$= \frac{27}{\cancel{2}}(\cancel{74})^{37}$$

$$= 27 \times 37 = 999.$$

(iii) 6 + 13 + 20 + . . . + 97

$$a = 6, d = 7, l = 97$$

$$n = \frac{l-a}{d} + 1$$

$$= \frac{97-6}{7} + 1 = \frac{91}{7} + 1$$

$$= \frac{91+7}{7} = \frac{98}{7} = 14$$

$$\therefore \quad S_n = \frac{n}{2}(a+l)$$

$$S_{14} = \frac{14}{2}(6+97)$$

$$= 7 \times 103 = 721$$

2. **5 –லிருந்து தொடங்கி எத்தனை தொடர்ச்சியான ஒற்றைக் முழுக்களைக் கூட்டினால் கூடுதல் 480 கிடைக்கும்?**

தீர்வு. A.P = 5, 7, 9, 11, 13, . . .

$$S_n = 480$$

$$a = 5, d = 2, S_n = 480$$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d)$$

$$480 = \frac{n}{2}[2 \times 5 + (n-1)2]$$

$$= \frac{n}{2}[10 + 2n - 2]$$

$$480 = \frac{n}{2}[8 + 2n]$$

$$8n + 2n^2 = 960$$

$$2n^2 + 8n - 960 = 0$$

$$\Rightarrow n^2 + 4n - 480 = 0$$

$$\Rightarrow n^2 + 24n - 20n - 480 = 0$$

$$\Rightarrow n(n + 24) - 20(n + 24) = 0$$

$$\Rightarrow (n - 20)(n + 24) = 0$$

$$\Rightarrow n = 20, -24$$

உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை எப்பொழுதும் மிகை எண்

$\therefore n = 20$

$\therefore$ 5 லிருந்து 20 தொடர்ச்சியான ஒற்றை முழுக்களைக் கூட்டினால் கூடுதல் 480 கிடைக்கும்.

3. **ஒரு கூட்டுத்தொடர் வரிசையின் *n* –வது உறப்பு 4*n* – 3 எனில், அதன் முதல் 28 உறுப்புகளின் கூடுதல் காண்க.**

தீர்வு.

$$n = 28$$

$$t_n = 4n - 3$$

$$t_1 = 4 \times 1 - 3 = 1$$

$$t_2 = 4 \times 2 - 3 = 5$$

$$t_{28} = 4 \times 28 - 3$$

$$= 112 - 3 = 109$$

$$\therefore \quad a = 1, d = t_2 - t_1 = 5 - 1 = 4$$

$$l = 109.$$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d)$$

www.surabooks.com

$$\begin{aligned} S_{28} &= \frac{28}{2}(2\times1+27\times4) \\ &= 14(2+108) \\ &= 14\times110 \\ &= 1540 \end{aligned}$$

4. **ஒரு குறிப்பிட்ட தொடரின் முதல் 'n' உறுப்புகளின் கூடுதல் $2n^2 - 3n$ எனில், அது ஒரு கூட்டுத் தொடர் வரிசை என நிரூபிக்க.**

தீர்வு.

$$\begin{aligned} S_n &= 2n^2 - 3n \\ S_1 &= 2(1)^2 - 3(1) = 2-3 = -1 \\ \Rightarrow \quad t_1 &= a = -1 \\ S_2 &= 2(2^2) - 3(2) = 8-6 = 2 \\ t_2 &= S_2 - S_1 = 2-(-1) = 3 \\ \therefore \quad d &= t_2 - t_1 = 3-(-1) = 4 \end{aligned}$$

$a, a+d, a+2d,$....வை கருது

$-1, -1+4, -1+2(4), \ldots$

$-1, 3, 7, \ldots.$

$a = -1,$ மற்றும் $d = 4$. இது ஒரு கூட்டுத் தொடர் வரிசை ஆகும்.

5. **ஒரு கூட்டுத் தொடர் வரிசையின் 104–வது உறுப்பு மற்றும் 4–வது உறுப்புகள் முறையே 125 மற்றும் 0. அத்தொடர் வரிசையின் முதல் 35 உறுப்புகளின் கூடுதல் காண்க.**

தீர்வு.

$$\begin{aligned} t_{104} &= 125 \\ t_4 &= 0 \\ a+(n-1)d &= t_n \\ a+103d &= 125 && \ldots(1) \\ \underset{(-)}{a} + \underset{(-)}{3d} &= \underset{(-)}{0} && \ldots(2) \\ (1)-(2) \Rightarrow \; 100d &= 125 \\ d &= \frac{125}{100} = \frac{5}{4} \\ d &= \frac{5}{4} \text{ என (2) ல் பிரதியிட} \\ a + 3\times\frac{5}{4} &= 0 \\ a + \frac{15}{4} = 0 \Rightarrow a &= -\frac{15}{4} \\ \therefore \; S_n &= \frac{n}{2}(2a+(n-1)d) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_{35} &= \frac{35}{2}\left(\cancel{2}\times\frac{-15}{\cancel{4}_2} + \cancel{34}^{17}\times\frac{5}{\cancel{4}_2}\right) \\ &= \frac{35}{2}\left(\frac{-15}{2}+\frac{85}{2}\right) \\ &= \frac{35}{2}\left(\frac{70}{2}\right) = \frac{35}{2}\times35 \\ &= \frac{1225}{2} = 612.5 \end{aligned}$$

6. **450 –க்கு குறைவாக உள்ள அனைத்து ஒற்றை மிகை முழுக்களின் கூடுதல் காண்க.**

தீர்வு. 450 க்கும் குறைவான அனைத்து ஒற்றை மிகை முழுக்களின் கூடுதல்.

$$\begin{aligned} &= 1+3+5+\ldots+449 \\ a &= 1 \\ d &= 2 \\ l &= 449 \\ \therefore \quad n = \frac{l-a}{d}+1 &= \frac{449-1}{2}+1 \\ &= \frac{448}{2}+1 \\ &= 224+1 \\ &= 225 \\ \therefore \quad S_n &= \frac{n}{2}(a+l) \\ S_{225} &= \frac{225}{2}(1+449) \\ &= \frac{225}{\cancel{2}}\times\cancel{450}^{225} \\ &= 225^2 \\ &= 50625 \end{aligned}$$

மாற்று முறை:

ஒற்றை மிகை முழுக்களின் கூடுதல் $= n^2$.

$$\begin{aligned} n^2 &= 225^2 \\ &= 50625 \end{aligned}$$

7. **602 –க்கும் 902 –க்கும் இடையே 4 ஆல் வகுபடாத இயல் எண்களின் கூடுதல் காண்க.**

தீர்வு. 602 க்கும் 902 க்கும் இடையேயுள்ள இயல் எண்கள்

$$= 603, 604, \ldots, 901$$

$a = 603, l = 901, d = 1,$

www.surabooks.com

$$n = \frac{l-a}{d}+1 = \frac{901-603}{1}+1$$

$$= 298 + 1 = 299$$

$$S_n = \frac{n}{2}(a+l)$$

$$S_{299} = \frac{299}{2}(603+901)$$

$$= \frac{299}{2}\times 1504$$

$$= 224848$$

602 க்கும் 902 க்கும் இடையேயுள்ள 4 ஆல் வகுபடாத இயல் எண்களின் கூடுதல்.

= 602 க்கும் 902 க்கும் இடையேயுள்ள அனைத்து இயல் எண்களின் கூடுதல்

– 602 க்கும் 902 க்கும் இடையேயுள்ள 4 ஆல் வகுபடும் இயல் எண்களின் கூடுதல்.

$$\begin{array}{r|l} & 150 \\ \hline 4 & 602 \\ & 600 \\ \hline & \;\;2 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} & 225 \\ \hline 4 & 902 \\ & 900 \\ \hline & \;\;2 \end{array} \qquad l = 902 - 2 = 900$$

602 ஐ 4 ஆல் வகுபடும் எண்ணாக மாற்ற அதனுடன் 2 ஐக் கூட்டவேண்டும்

$\therefore$ 602 + 2 = 604

902 ஐ 4 ஆல் வகுபடும் எண்ணாக மாற்ற அதிலிருந்து 2ஐ கழிக்க வேண்டும்

$$902 - 2 = 900$$

$$a = 604,\ l = 900,\ d = 4,\ n = \frac{l-a}{d}+1$$

$$n = \frac{900-604}{4}+1$$

$$= \frac{296}{4}+1 = 74 + 1 = 75$$

$$S_n = \frac{n}{2}(a+l)$$

$$S_{75} = \frac{75}{2}(604+900)$$

$$= \frac{75}{2}(1504)$$

$$= 56400$$

602 க்கும் 902 க்கும் இடையேயுள்ள 4 ஆல் வகுபடாத எண்களின் கூடுதல் = 224848 – 56400

= 168448

8. இரகு ஒரு மடிக்கணினி வாங்க விரும்புகிறார். அவர் அதற்கான தொகையான ₹40,000 –ஐ உடனடியாக பணமாகவும் செலுத்தலாம் அல்லது 10 மாதத் தவணைகளில் முதல் தவணை ₹4800, இரண்டாம் தவணை ₹4750, மூன்றாம் தவணை ₹4700 என்ற அடிப்படையிலும் செலுத்தலாம். அவர் இந்த வகையில் பணம் செலுத்துகிறார் எனில்,

(i) 10 மாதத் தவணைகளில் அவர் செலுத்திய மொத்தத் தொகை

(ii) மாதத்தவணை அடிப்படையில் பணம் செலுத்தும் போது அவர் அசலைக் காட்டிலும் கூடுதலாகச் செலுத்திய தொகை ஆகியவற்றைக் காண்க.

தீர்வு. 4800 + 4750 + 4700 + . . . 10 உறுப்புகள்

இங்கு a = 4800

(i) $$d = t_2 - t_1 = 4750 - 4800 = -50$$

$$n = 10$$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a+(n-1)d)$$

$$S_{10} = \frac{10}{2}(2\times 4800 + 9\times -50)$$

$$= 5(9600 - 450)$$

$$= 5 \times 9150$$

$$= 45750$$

10 மாதத் தவணைகளில் அவர் செலுத்திய மொத்தத் தொகை = ₹ 45750.

(ii) அசலைக் காட்டிலும் கூடுதலாகச் செலுத்திய தொகை

= ₹ 45750 – ₹ 40,000

= ₹ 5750

9. ஒருவர் தான் பெற்ற ₹65,000 கடனை திருப்பிச் செலுத்த முதல் மாதம் ₹400 செலுத்துகிறார். அதன் பிறகு ஒவ்வொரு மாதமும் முந்தைய மாதம் செலுத்தியதை விட ₹300 கூடுதலாகச் செலுத்துகிறார். அவர் இந்தக் கடனை அடைக்க எவ்வளவு காலம் தேவைப்படும்?

தீர்வு. கடன் தொகை = ₹ 65,000

தவணை முறையில் திரும்பச் செலுத்தியது

= 400 + 700 + 1000 + 1300 + . . .

$$a = 400$$

$$d = 300$$

www.surabooks.com

$$S_n = 65000$$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a+(n-1)d)$$

$$= 65000$$

$$\frac{n}{2}(2\times 400+(n-1)300) = 65000$$

$$n(800 + 300n - 300) = 130000$$

$$n(500 + 300n) = 130000$$

$$500n + 300n^2 = 130000$$

$$3\cancel{00}\,n^2 + 5\cancel{00}\,n = 1300\cancel{00}$$

$$3n^2 + 5n - 1300 = 0$$

$$(n - 20)\ (3n + 65) = 0$$

$$n = 20,\ n = \frac{-65}{3}$$

$$\therefore\ n = 20$$

$$\begin{array}{cc} \multicolumn{2}{c}{-3900} \\ \multicolumn{2}{c}{5} \\ -60 & 65 \\ \frac{-60}{3} & \frac{65}{3} \\ -20 & \frac{65}{3} \end{array}$$

உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை எப்பொழுதும் மிகையே குறை எண்ணாகவோ அல்லது பின்ன எண்ணாகவோ இருக்க இயலாது.

∴ கடனை அடைக்க 20 மாதம் ஆகும்.

10. **செங்கற்களினால் கட்டப்பட்ட ஒரு படிகட்டில் மொத்தம் 30 படிகட்டுகள் உள்ளன. கீழ்ப் படிக்கட்டை அமைப்பதற்கு 100 செங்கற்கள் தேவைப்படுகிறது. அடுத்தடுத்த படிக்கட்டுகள் அமைப்பதற்கு முந்தைய படிக்கட்டை விட இரண்டு செங்கற்கள் குறைவாகத் தேவைப்படுகிறது**

(i) உச்சியிலுள்ள படிக்கட்டை அமைப்பதற்கு எத்தனை செங்கற்கள் தேவை?

(ii) படிக்கட்டுகள் முழுவதும் அமைப்பதற்கு எத்தனை செங்கற்கள் தேவை?

தீர்வு. 100 + 98 + 96 + 94 + . . . 30 படிகள்

$$a = 100$$

$$d = -2$$

$$n = 30$$

$$\therefore\quad S_n = \frac{n}{2}(2a+(n-1)d)$$

$$S_{30} = \frac{30}{2}(2\times 100+29\times -2)$$

$$= 15(200 - 58)$$

$$= 15 \times 142$$

$$= 2130$$

$$t_{30} = a + (n - 1)d$$

$$= 100 + 29 \times -2$$

$$= 100 - 58 = 42$$

(i) உச்சி படிக்கட்டை அமைப்பதற்கு தேவையான செங்கற்கள் = 42.

(ii) படிக்கட்டுகள் முழுவதும் அமைப்பதற்குத் தேவையான செங்கற்கள் = 2130.

11. **$S_1, S_2, S_3, \ldots, S_m$ என்பன m வெவ்வேறு கூட்டுத் தொடர் வரிசைகளின் n உறுப்புகளின் கூடுதல் ஆகும். முதல் உறுப்புகள் 1,2,3,...,m மற்றும் பொது வித்தியாசங்கள் 1, 3, 5,..., $(2m - 1)$முறையே அமைந்தால், அந்த கூட்டுத் தொடர்வரிசையில் $S_1 + S_2 + S_3 + \ldots + S_m = \frac{1}{2}$ $mn(mn+1)$ என நிரூபிக்க.**

தீர்வு.

முதல் உறுப்புகள்	d	உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை	n உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை
1	1	n	$S_1 = \frac{n}{2}(2\times 1+(n-1)1)$
2	3	n	$S_2 = \frac{n}{2}(2\times 2+(n-1)3)$
3	5	n	
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
m	$(2m - 1)$	n	$S_m = \frac{n}{2}[2m+(n-1)(2m-1)]$

$$S_1 = \frac{n}{2}(2+(n-1)) = \frac{n}{2}(n+1)$$

$$S_2 = \frac{n}{2}(4+3n-3) = \frac{n}{2}(3n+1)$$

$$S_3 = \frac{n}{2}(6+5n-5) = \frac{n}{2}(5n+1)$$

$$S_m = \frac{n}{2}\ [2m + 2mn - 2m - n + 1]$$

$$= \frac{n}{2}(n(2m-1)+1)$$

$$\therefore S_1 + S_2 + S_3 + \ldots + S_m$$

$$= \frac{n}{2}[n + 3n + 5n + \ldots (2m-1)n + m \times 1]$$

$$= \frac{n}{2}[n\ (1 + 3 + 5 + \ldots + (2m-1) + m]$$

www.surabooks.com

$$= \frac{n}{2}\left[n\times\frac{m}{\cancel{2}}(\cancel{2}m-\cancel{1}+\cancel{1})+m\right]$$

$$= \frac{n}{2}[m^2n + m]$$

$$= \frac{1}{2}mn\,(mn+1)$$

எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது

12. $\left[\frac{a-b}{a+b}+\frac{3a-2b}{a+b}+\frac{5a-3b}{a+b}+\ldots \text{ 12 உறுப்புகள்}\right]$ **என்ற தொடரின் கூடுதல் காண்க.**

தீர்வு.

$$= \frac{1}{a+b}\ [(a-b)+(3a-2b)+(5a-3b)+\ldots. \text{ 12 உறுப்புகள்}]$$

இங்கு $a = \frac{a-b}{a+b}$, $d = t_2 - t_1$

$$= \frac{3a-2b}{a+b} - \frac{a-b}{a+b}$$

$$d = \frac{2a-b}{a+b}$$

$$\therefore \quad S_n = \frac{n}{2}(2a+(n-1)d)$$

$$S_{12} = \frac{12}{2}\left[2\left(\frac{a-b}{a+b}\right)+11\times\left(\frac{2a-b}{a+b}\right)\right]$$

$$= 6\left[\frac{2a-2b+22a-11b}{a+b}\right]$$

$$= 6\left[\frac{24a-13b}{a+b}\right]$$

பயிற்சி 2.7

1. **பின்வரும் தொடர்வரிசைகளில் எவை பெருக்குத் தொடர்வரிசையாகும்?**

(i) 3, 9, 27, 81,… (ii) 4, 44, 444, 4444,…

(iii) 0.5, 0.05, 0.005,… (iii) $\frac{1}{3},\frac{1}{6},\frac{1}{12}$**,.....**

(v) 1, −5, 25, −125,…

(vi) 120, 60, 30, 18,…

(vii) 16, 4, 1, $\frac{1}{4}$**, ...**

தீர்வு. (i) 3, 9, 27, 81

r = பொது விகிதம்

பெருக்குத் தொடரில் $r = \frac{t_2}{t_1} = \frac{t_3}{t_2}$

இங்கு $\frac{t_2}{t_1} = \frac{9}{3} = 3$

$$\frac{t_3}{t_2} = \frac{27}{9} = 3$$

∴ இது ஒரு பெருக்குத் தொடர்

(ii) 4, 44, 444, 4444,......

$$r = \frac{t_2}{t_1} = \frac{44}{4} = 11$$

$$r = \frac{t_3}{t_2} = \frac{444}{44} = \frac{111}{11}$$

$$11 \neq \frac{111}{11}$$

∴ இது ஒரு பெருக்குத் தொடர் அல்ல.

(iii) 0.5, 0.05, 0.005, . . .

$$r = \frac{t_2}{t_1} = \frac{0.05}{0.5} = \frac{0.05\times100}{0.5\times100}$$

$$= \frac{5}{50} = \frac{1}{10}$$

$$r = \frac{t_3}{t_2} = \frac{0.005}{0.05} = \frac{0.005\times1000}{0.05\times1000}$$

$$= \frac{5}{50} = \frac{1}{10}$$

$$r = \frac{1}{10} = \frac{1}{10}.$$

∴ இது ஓர் பெருக்குத் தொடர்

(iv) $\frac{1}{3}, \frac{1}{6}, \frac{1}{12}\ . . .$

$$r = \frac{t_2}{t_1} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{\cancel{6}_2}\times\frac{\cancel{3}}{1} = \frac{1}{2}$$

$$r = \frac{t_3}{t_2} = \frac{\frac{1}{12}}{\frac{1}{6}} = \frac{1}{\cancel{12}_2}\times\frac{\cancel{6}}{1} = \frac{1}{2}$$

$$r = \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

∴ இது ஒரு பெருக்குத் தொடர்

www.surabooks.com

(v) 1, –5, 25, –125

$$r = \frac{t_2}{t_1} = \frac{-5}{1} = -5$$

$$r = \frac{t_3}{t_2} = \frac{25}{-5} = -5$$

$$-5 = -5$$

∴ இது ஒரு பெருக்குத் தொடர்

(vi) 120, 60, 30, 18, . . .

$$r = \frac{t_2}{t_1} = \frac{t_3}{t_2} = \frac{t_4}{t_3}$$

இங்கு r சமமல்ல i.e $\frac{60}{120} = \frac{30}{60} \neq \frac{18}{30}$

∴ இது ஒரு பெருக்குத் தொடர் அல்ல

(vii) 16, 4, 1, $\frac{1}{4}$, . . .

$$r = \frac{t_2}{t_1} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

$$r = \frac{t_3}{t_2} = \frac{1}{4}$$

$$r = \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$$

∴ இது ஒரு பெருக்குத் தொடர்

2. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள முதல் உறுப்பு மற்றும் பொதுவிகிதம் உடைய பெருக்குத் தொடர்வரிசையின் முதல் மூன்று உறுப்புகளை எழுதுக.

(i) $a = 6, r = 3$ (ii) $a = \sqrt{2}, r = \sqrt{2}$

(iii) $a = 1000, r = \frac{2}{5}$

தீர்வு.

(i) $a = 6, r = 3$

$$t_n = ar^{n-1}$$
$$t_1 = ar^{1-1} = ar^0 = a = 6$$
$$t_2 = ar^{2-1} = ar^1 = 6 \times 3 = 18$$
$$t_3 = ar^{3-1} = ar^2 = 6 \times 3^2 = 54$$

∴ முதல் 3 உறுப்புகள் 6, 18, 54, . . .

(ii) $a = \sqrt{2}, r = \sqrt{2}$

$$t_n = ar^{n-1}$$
$$t_1 = ar^{1-1} = ar^o = \sqrt{2} \times 1 = \sqrt{2}$$
$$t_2 = ar^{2-1} = ar^1 = \sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2$$
$$t_3 = ar^{3-1} = ar^2 = \sqrt{2} \times (\sqrt{2})^2$$
$$= \sqrt{2} \times 2 = 2\sqrt{2}$$

∴ முதல் 3 உறுப்புகள் $\sqrt{2}$, 2, $2\sqrt{2}$, . . .

(iii) $a = 1000, r = \frac{2}{5}$

$$t_n = ar^{n-1}$$
$$t_1 = ar^{1-1} = ar^0 = 1000 \times 1 = 1000$$
$$t_2 = ar^{2-1} = ar = \cancel{1000}^{200} \times \frac{2}{\cancel{5}} = 400$$
$$t_3 = ar^{3-1} = ar^2 = 1000\left(\frac{2}{5}\right)^2$$
$$= \cancel{1000}^{40} \times \frac{4}{\cancel{25}} = 160$$

முதல் 3 உறுப்புகள் 1000, 400, 160, ...

3. 729, 243, 81,... என்ற பெருக்குத் தொடர் வரிசையின் 7 –வது உறுப்பைக் காண்க.

தீர்வு. G.P = 729, 243, 81. . .

$t_7 = ?$

$t_n = ar^{n-1}$, இங்கு $a = 729, r = \frac{t_2}{t_1}$

$$r = \frac{243}{729} = \frac{1}{3}$$

$$\therefore t_7 = 729\left(\frac{1}{3}\right)^{7-1} = 729 \times \left(\frac{1}{3}\right)^6$$

$$= 729 \times \frac{1}{729} = 1$$

4. $x+6, x+12$ மற்றும் $x+15$ என்பன ஒரு பெருக்குத் தொடர் வரிசையின் தொடர்ச்சியான மூன்று உறுப்புகள் எனில் x –ன் மதிப்பைக் காண்க.

தீர்வு. G.P = $x + 6, x + 12, x + 15$

G.P ல் $r = \frac{t_2}{t_1} = \frac{t_3}{t_2}$

$$\frac{x+12}{x+6} = \frac{x+15}{x+12}$$
$$(x + 12)^2 = (x + 6)(x + 15)$$
$$\cancel{x^2} + 24x + 144 = \cancel{x^2} + 6x + 15x + 90$$
$$24x - 21x = 90 - 144$$
$$3x = -54$$
$$x = \frac{-54}{3} = -18$$
$$x = -18$$

www.surabooks.com

5. **பின்வரும் பெருக்குத் தொடர் வரிசையில் உள்ள உறுப்புகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.**

(i) 4,8,16,…,8192 (ii) $\frac{1}{3},\frac{1}{9},\frac{1}{27},\ldots,\frac{1}{2187}$

தீர்வு. (i) 4, 8, 16, . . . 8192

$$a = 4$$
$$r = \frac{8}{4} = 2$$
$$t_n = 8192$$
$$t_n = ar^{n-1}$$
$$8192 = 4 \times (2)^{n-1}$$
$$\cancel{4} \times 2^{n-1} = \cancel{8192}^{2048}$$
$$2^{n-1} = 2048$$
$$2^{n-1} = 2^{11}$$
$$n-1 = 11$$
$$n = 11+1 = 12$$

குறிப்பு:

2	2048
2	1024
2	512
2	256
2	128
2	64
2	32
2	16
2	8
2	4
2	2
	1

∴ உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை = 12

(iii) $\frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \ldots, \frac{1}{2187}$

இங்கு $a = \frac{1}{3}, r = \frac{\frac{1}{9}}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{\cancel{9}_3} \times \frac{\cancel{3}}{1} = \frac{1}{3}$

$$t_n = ar^{n-1}$$
$$\frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} = \frac{1}{2187}$$
$$\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} = \frac{1}{\cancel{2187}_{729}} \times \cancel{3}$$
$$= \frac{1}{729}$$
$$\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} = \frac{1}{3^6} = \left(\frac{1}{3}\right)^6$$
$$n-1 = 6$$
$$n = 6+1 = 7$$

குறிப்பு:

3	729
3	243
3	81
3	27
3	9
3	3
	1

∴ உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை = 7

6. **ஒரு பெருக்குத் தொடர் வரிசையின் 9 வது உறுப்பு 32805 மற்றும் 6 வது உறுப்பு 1215 எனில், 12 –வது உறுப்பைக் காண்க.**

தீர்வு. ஒரு G.P யில்

$$t_n = ar^{n-1}$$
$$t_9 = 32805$$
$$t_6 = 1215$$
$$t_{12} = ?$$
$$t_9 = ar^8 = 32805 \quad \ldots(1)$$
$$t_6 = ar^5 = 1215 \quad \ldots(2)$$
$$\frac{(1)}{(2)} = \frac{\cancel{a}r^8}{\cancel{a}r^5} = \frac{32805}{1215}$$
$$r^{8-5} = 27$$
$$r^3 = 3^3$$
$$\Rightarrow \quad r = 3$$

குறிப்பு:

3	1215
3	405
3	135
3	45
3	15
5	5
	1

$r = 3$ என (2) ல் பிரதியிட

$$a \times 3^5 = 1215$$
$$\therefore \quad a = 5$$
$$t_{12} = ar^{11}$$
$$= 5 \times 3^{11}$$
$$= 5 \times 177147$$
$$= 885735$$

7. **ஒரு பெருக்குத் தொடர் வரிசையின் 8 வது உறுப்பு 768 மற்றும் பொது விகிதம் 2 எனில், அதன் 10 வது உறுப்பைக் காண்க.**

தீர்வு.

$$t_8 = 768 = ar^7$$
$$r = 2$$
$$t_{10} = ar^9 = ar^7 \times r \times r$$
$$= 768 \times 2 \times 2 = 3072$$

8. ***a, b, c*** **என்பன ஒரு கூட்டுத் தொடர் வரிசையில் அமையும் எனில்,** $3^a,3^b,3^c$ **ஒரு பெருக்குத் தொடர்வரிசையில் அமையும் எனக் காட்டு.**

தீர்வு. *a, b, c* ஒரு கூட்டுத் தொடர் என்க.

$$t_2 - t_1 = t_3 - t_2$$
$$b - a = c - b$$
$$2b = c + a \Rightarrow 3^{2b} = 3^{c+a}$$

[இருபுறமும் அடுக்கை எடுக்க]

$3^a,3^b,3^c$ ஒரு பெருக்குத் தொடரில் உள்ளன என காட்ட

$$\Rightarrow \quad 3^b.\,3^b = 3^c.3^a$$
$$\Rightarrow \quad \frac{3^b}{3^a} = \frac{3^c}{3^b}$$
$$\Rightarrow \quad \frac{t_2}{t_1} = \frac{t_3}{t_2}$$

⇒ $3^a, 3^b, 3^c$ க்கான பொது விகிதம் ஒன்றே

⇒ $3^a, 3^b, 3^c$ பெருக்குத் தொடர்வரிசையில் அமையும்.

∴ எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

www.surabooks.com

9. ஒரு பெருக்குத் தொடர் வரிசையில் அடுத்தடுத்த மூன்று உறுப்புகளின் பெருக்கற்பலன் 27 மற்றும் அவைகளில் இரண்டிரண்டு உறுப்புகளின் பெருக்கற்பலனின் கூடுதல் $\frac{57}{2}$ எனில், அந்த மூன்று உறுப்புகளைக் காண்க.

தீர்வு. பெருக்குத் தொடரில் முதல் மூன்று அடுத்தடுத்த உறுப்புகள் முறையே $\frac{a}{r}, a, ar$ என்க.

அவற்றின் பெருக்கற்பலன் $= \frac{a}{\cancel{r}}\times a\times a\cancel{r} = 27$

$$a^3 = 27 = 3^3$$
$$a = 3$$

அவைகளின் இரண்டிரண்டு உறுப்புகளின் பெருக்கற்பலனின் கூடுதல் $= \frac{57}{2}$ என கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

$$\frac{a}{r}\times a + a\times ar + a\cancel{r}\times\frac{a}{\cancel{r}} = \frac{57}{2}$$

$$\frac{a^2}{r} + a^2r + a^2 = \frac{57}{2}$$

$$3^2\left(\frac{1}{r}+r+1\right) = \frac{57}{2}$$

$$\frac{1+r^2+r}{r} = \frac{57}{2}\times\frac{1}{9} = \frac{57}{18}$$

$$18 + 18r^2 + 18r = 57r$$
$$18r^2 + 18r - 57r + 18 = 0$$
$$18r^2 - 39r + 18 = 0 \div 3$$
$$\Rightarrow \quad 6r^2 - 13r + 6 = 0$$
$$\left(r-\frac{2}{3}\right)\left(r-\frac{3}{2}\right) = 0$$
$$r = \frac{2}{3}, \frac{3}{2}$$

குறிப்பு:

$$36$$
$$\frac{-\cancel{4}^2}{\cancel{6}_3} \quad \frac{-\cancel{9}^3}{\cancel{6}_2}$$

$$a = 3 \text{எனில்}, r = \frac{2}{3}$$

$\therefore$ அந்த 3 உறுப்புகள் $= \frac{3}{\frac{2}{3}}, 3, 3\times\frac{2}{3}$

(அல்லது) $3\times\frac{2}{3}, 3, \cancel{3}\times\frac{2}{\cancel{3}}$

$\frac{9}{2}, 3, 2$

$a = 3$ எனில், $r = \frac{3}{2}$, $\therefore$ அந்த 3 எண்கள்

$$\frac{a}{r}, a, ar = \frac{3}{\frac{3}{2}}, 3, 3\times\frac{3}{2}$$

$$= \frac{6}{3}, 3, \frac{9}{2}$$

$$= 2, 3, \frac{9}{2}$$

10. ஒரு நபர் ஒரு நிறுவனத்தில் துணை மேலாளராக பணியில் சேர்கிறார். அவருக்கு அந்நிறுவனம் முதல் மாத ஊதியமாக ₹60,000 வழங்குகிறது மற்றும் ஆண்டு ஊதிய உயர்வு 5% வழங்குவதாக ஒப்புக்கொள்கிறது. 5 வருட முடிவில் அவருடைய மாத ஊதியம் எவ்வளவு?

தீர்வு. முதல் மாத ஊதியம் = ₹ 60,000

ஆண்டு ஊதிய உயர்வு = 5%

$\therefore$ முதல் வருட இறுதியில் ஊதிய உயர்வு

$$= 60,0\cancel{00}\times\frac{5}{1\cancel{00}}$$
$$= ₹\ 3000$$

$\therefore$ இரண்டாம் வருட துவக்க ஊதியம்

$$= ₹\ 60,000 + 3000$$

II -ம் வருட ஊதியம் = ₹ 63,000

II -ம் வருட ஊதிய உயர்வு

$$= 630\cancel{00}\times\frac{5}{1\cancel{00}} = 3150$$

III -ம் வருட ஊதியம்

$$= 63000 + 3150$$
$$= ₹\ 66150$$

III -ம் வருட இறுதியில் ஊதிய உயர்வு

$$= 6615\cancel{0}\times\frac{\cancel{5}}{10\cancel{0}_2} = 3307.50$$

IV -ம் வருட ஊதியம்

$= 66150 + 3307.50 = ₹\ 69457.50$

IV -ம் வருட இறுதியில் ஊதிய உயர்வு

$= 69457.50\times\frac{5}{100} = ₹\ 3472.87$

V -ம் வருட ஊதியம் $= 69457.50 +$

3472.87

$= 72930.37$

V -ம் வருட ஊதிய உயர்வு

$=₹\ 72930.37\times\frac{5}{100} = ₹\ 3646.51$

V -ம் வருட இறுதியில் ஊதியம் $= 72930.37 +$

3646.51

76576.88

5 வருட இறுதியில் அவரின் மாத ஊதியம்

$$= ₹\ 76577$$

www.surabooks.com

11. **சிவமணி ஒரு பணிக்கான நேர்க்காணலில் பங்கேற்கிறார். அந்நிறுவனம் அவருக்கு இரண்டு விதமான வாய்ப்புகளை வழங்குகிறது.**

வாய்ப்பு A: முதல் மாத ஊதியம் ₹20,000 மற்றும் நிச்சமயான 6% ஆண்டு ஊதிய உயர்வு 5 ஆண்டுகளுக்கு.

வாய்ப்பு B: முதல் மாத ஊதியம் ₹22,000 மற்றும் நிச்சயமான 3% ஆண்டு ஊதிய உயர்வு 5 ஆண்டுகளுக்கு.

A மற்றும் B ஆகிய இரு வாய்ப்புகளிலும் அவருடைய 4–வது வருட ஊதியம் எவ்வளவு?

தீர்வு. **முதல் வாய்ப்பு A**

துவக்க ஊதியம் = ₹ 20,000

ஆண்டு ஊதிய உயர்வு = 6%

$$\Rightarrow \quad ₹\ 20{,}0\cancel{00} \times \frac{6}{1\cancel{00}}$$

$$= ₹\ 1200$$

முதல் வருட இறுதியில் ஊதியம்

$$= 20000 + 1200$$
$$= ₹\ 21200$$

II -ம் வருட ஊதிய உயர்வு

$$= 212\cancel{00} \times \frac{6}{1\cancel{00}}$$

$$= ₹\ 1272$$

II -ம் வருட இறுதி ஊதியம்

$$= 21200 + 1272 = 22472$$

III -ம் வருட ஊதிய உயர்வு

$$= 22472 \times \frac{6}{100}$$

$$= 1348.32$$

III முதல் வருட இறுதியில் ஊதியம்

$$= 22472 + 1348 = 23820$$

∴ IV-ம் வருட ஊதியம்

$$= \boxed{₹\ 23820}$$

இரண்டாம் வாய்ப்பு B

ஆரம்ப ஊதியம் = ₹ 22,000

ஊதிய உயர்வு $= 3\% = \frac{3}{100}$

I வருட ஊதிய உயர்வு $= 220\cancel{00} \times \frac{3}{1\cancel{00}} = ₹\ 660$

I வருட இறுதியில் ஊதியம்

$$= 22000 + 660$$
$$= ₹\ 22660$$

II வருட ஊதிய உயர்வு

$$= 2266\cancel{0} \times \frac{3}{10\cancel{0}}$$

$$= ₹\ 679.8$$

II வருட இறுதியில் ஊதியம்

$$= ₹\ 23339.80$$

III வருட ஊதிய உயர்வு

$$= 23339.8 \times \frac{3}{100}$$

$$= ₹\ 700$$

வருட இறுதியில் ஊதியம்

$$= ₹\ 24039.80$$

∴ IV வருட ஊதியம் $= \boxed{₹\ 24040}$

I வாய்ப்பில் ஊதியம் = ₹ 23820

II ம் வாய்ப்பில் ஊதியம் = ₹ 24040

இரண்டாம் வாய்ப்பு B சிறந்தது.

12. **a, b, c என்பன ஒரு கூட்டத் தொடர் வரிசையில் உள்ள மூன்று அடுத்தடுத்த உறுப்புகள் மற்றும் x, y, z என்பன ஒரு பெருக்குத் தொடர் வரிசையின் மூன்று அடுத்தடுத்த உறுப்புகள் எனில் $x^{b-c} \times y^{c-a} \times z^{a-b} = 1$ என நிறுவுக.**

தீர்வு. a, b, c என்பன ஒரு கூட்டுத் தொடரின் அடுத்தடுத்த உறுப்புகள் என்க.

∴ a, b, c ஐ முறையே $a, a + d, a + 2d$ என்க ...(1)

x, y, z என்பன ஒரு G P. யின் அடுத்தடுத்த மூன்று உறுப்புகள் என்க.

∴ x, y, z ஐ முறையே $x, x.r, x.r^2$ என்க. ...(2)

நிரூபிக்க: $x^{b-c} \times y^{c-a} \times z^{a-b} = 1$ ...(3)

(1), (2) ஐ (3) ல் பிரதியிட

$$\text{LHS} = x^{a+d-a-2d} \times (xr)^{a+2d-a} \times (x\,r^2)^{a-a-d}$$

$$=(x)^{-d} . (xr)^{2d} (xr^2)^{-d}$$

$$= \frac{1}{x^d} \times x^{2d} . r^{2d} \times \frac{1}{x^d r^{2d}} = 1 = \text{RHS}$$

எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

www.surabooks.com

பயிற்சி 2.8

1. பெருக்குத் தொடர் வரிசையில் முதல் n உறுப்புகளின் கூடுதல் காண்க.

(i) $5, -3, \frac{9}{5}, -\frac{27}{25}, ...$

(ii) 256, 64, 16,...

தீர்வு. (i) G.P. (i) $5, -3, \frac{9}{5}, \frac{-27}{25}, \ldots$

$$\text{இங்கு } a = 5, r = \frac{t_2}{t_1} = \frac{-3}{5} < 1$$

$$S_n = a\left(\frac{1-r^n}{1-r}\right)$$

$$= 5\left[\frac{1-\left(\frac{-3}{5}\right)^n}{1-\left(\frac{-3}{5}\right)}\right] = 5\left[\frac{1-\left(\frac{-3}{5}\right)^n}{1-\frac{-3}{5}}\right]$$

$$= 5\frac{\left[1-\left(\frac{-3}{5}\right)^n\right]}{\frac{8}{5}} = 5\times\frac{5}{8}\left(1-\left(\frac{-3}{5}\right)^n\right)$$

$$S_n = \frac{25}{8}\left(1-\left(\frac{-3}{5}\right)^n\right)$$

(ii) 256, 64, 16, . . .

$$a = 256$$

$$r = \frac{64}{256} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4} < 1$$

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$$

$$= 256\left(\frac{1-\left(\frac{1}{4}\right)^n}{1-\frac{1}{4}}\right)$$

$$= 256\frac{\left(1-\left(\frac{1}{4}\right)^n\right)}{\frac{3}{4}} = \frac{1024}{3}\left(1-\left(\frac{1}{4}\right)^n\right)$$

2. $5, 15, 45, \ldots$ என்ற பெருக்குத் தொடர் வரிசையின் முதல் 6 உறுப்புகளின் கூடுதல் காண்க.

தீர்வு. G.P. = 5, 15, 45

$$n = 6, a = 5, r = \frac{15}{5} = 3 > 1$$

$$\therefore \quad S_n = a\frac{(r^n-1)}{r-1}$$

$$S_6 = 5\left(\frac{3^6-1}{3-1}\right)$$

$$= 5\frac{(3^6-1)}{2} = \frac{5}{2}(729-1)$$

$$= \frac{5}{2}\times 728 = 5\times 364 = 1820$$

3. ஒரு பெருக்குத் தொடர் வரிசையின் பொது விகிதம் 5 மற்றும் முதல் 6 உறுப்புகளின் கூடுதல் 46872 எனில், அதன் முதல் உறுப்பைக் காண்க.

தீர்வு. பொது விகிதம், $r = 5$

$$S_6 = 46872$$

$$\therefore \quad \frac{a(r^6-1)}{r-1} = 46872$$

$$\Rightarrow \quad S_6 = \frac{a(5^6-1)}{5-1} = 46872$$

$$\Rightarrow \quad a = \frac{46872\times 4}{[25\times 25\times 25-1]}$$

$$\Rightarrow \quad a = \frac{187488}{15624} = 12$$

$$\Rightarrow \text{ முதல் உறுப்பு } a = 12$$

4. பின்வரும் முடிவுறா தொடர்களின் கூடுதல் காண்க

(i) 9+3+1 + ...

(ii) $21 + 14 + \frac{28}{3} + ...$

தீர்வு. (i) $9 + 3 + 1 + \ldots$

$$a = 9, r = \frac{3}{9} = \frac{1}{3} < 1$$

$$S_\infty = \frac{a}{1-r} = \frac{9}{1-\frac{1}{3}}$$

$$= \frac{9}{\frac{3-1}{3}} = \frac{9}{\frac{2}{3}} = 9\times\frac{3}{2} = \frac{27}{2}$$

www.surabooks.com

(ii) $21 + 14 + \frac{28}{3} + \ldots$

இங்கு $a = 21, r = \frac{14}{21} = \frac{2}{3}$

$$S_\infty = \frac{a}{1-r} = \frac{21}{1-\frac{2}{3}} = \frac{21}{\frac{3-2}{3}}$$

$$= \frac{21}{\frac{1}{3}} = 21 \times 3 = 63$$

$$S_\infty = 63$$

5. **ஒரு முடிவுறா பெருக்குத் தொடரின் முதல் உறுப்பு 8 மற்றும் முடிவுறா உறுப்புகள் வரை கூடுதல் $\frac{32}{3}$ எனில் அதன் பொது விகிதம் காண்க.**

தீர்வு. $a = 8$

$$S_\infty = \frac{32}{3} \Rightarrow \frac{a}{1-r} = \frac{32}{3}$$

$$\frac{8}{1-r} = \frac{32}{3}$$

$$32(1-r) = 24$$

$$1 - r = \frac{24}{32} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

$$-r = \frac{3}{4} - 1 = \frac{3-4}{4}$$

$$-r = \frac{\cancel{-1}}{4} \Rightarrow r = \frac{1}{4}$$

6. **பின்வரும் தொடர்களின் n உறுப்புகள் வரை கூடுதல் காண்க.**

(i) 0.4 + 0.44 + 0.444 + ... n உறுப்புகள் வரை

(ii) 3+33+333 + ... n உறுப்புகள் வரை

தீர்வு. (i) $0.4 + 0.44 + 0.444 + \ldots n$ உறுப்புகள் வரை

$= 4\,(0.1 + 0.11 + 0.111 + \ldots n$ உறுப்புகள் வரை)

$= \frac{4}{9}\,(0.9 + 0.99 + 0.999 + \ldots$ to n உறுப்புகள் வரை)

$= \frac{4}{9}\,(1 - 0.1) + (1 - 0.01) + (1 - 0.001) + \ldots$ n உறுப்புகள் வரை)

$= \frac{4}{9}\,(1 + 1 + 1 + \ldots n$ உறுப்புகள்)

$-(0.1 + 0.1^2 + 0.1^3 + \ldots n$ உறுப்புகள் வரை)

G.P

$a = 0.1$

$r = 0.1$

$$S_n = a\frac{\left(1-r^n\right)}{1-r}$$

$$= \frac{4}{9}\left[n - 0.1\left[\frac{1-(0.1)^n}{1-0.1}\right]\right]$$

$$= \frac{4}{9}\left[n - \frac{1}{10}\left[\frac{1-\left(\frac{1}{10}\right)^n}{\frac{9}{10}}\right]\right]$$

$$= \frac{4}{9}\left[n - \frac{1}{9}\left[1-\left(\frac{1}{10}\right)^n\right]\right]$$

$$= \frac{4}{9}n - \frac{4}{81}\left(1-\left(\frac{1}{10}\right)^n\right]$$

(ii) $3 + 33 + 333 + \ldots n$ உறுப்புகள் வரை

$= 3(1 + 11 + 111 + \ldots n$ உறுப்புகள் வரை)

$= \frac{3}{9}\,(9 + 99 + 999 + \ldots n$ உறுப்புகள் வரை)

$= \frac{1}{3}[(10 - 1) + (100 - 1) + (1000 - 1) + \ldots$ n உறுப்புகள் வரை]

$= \frac{1}{3}[(10 + 100 + 1000 + \ldots) + (-1)n]$

குறிப்பு:
இங்கு $r = 10 > 1$
$a = 10$
$S_n = a\frac{(r^n - 1)}{r-1}$
$= \frac{10(10^n - 1)}{9}$

$$= \frac{1}{3}\left(\frac{10(10^n - 1)}{9} - n\right)$$

$$= \frac{10}{27}(10^n - 1) - \frac{n}{3}$$

7. **3 + 6 + 12 + ... + 1536 என்ற பெருக்குத் தொடரின் கூடுதல் காண்க.**

தீர்வு. $3 + 6 + 12 + \ldots + 1536$

இங்கு $a = 3$

$r = \frac{6}{3} = 2 > 1$

குறிப்பு:
$t_n = 1536$
$ar^{n-1} = 1536$
$\cancel{3}(2)^{n-1} = \cancel{1536}^{512}$
$2^{n-1} = 512$
$2^{n-1} = 2^9$
$n - 1 = 9$
$n = 10$

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{(r-1)}$$

$$S_{10} = \frac{3(2^{10} - 1)}{2-1}$$

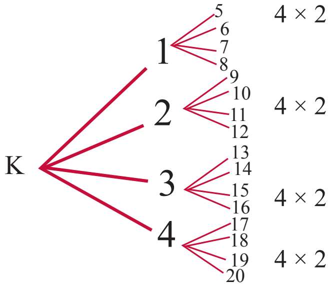
$$= 3(1024 - 1)$$

$$= 3 \times 1023 = 3069$$

www.surabooks.com

8. **குமார் தனது நான்கு நண்பர்களுக்கு கடிதம் எழுதுகிறார். மேலும் தனது நண்பர்களை அவர்கள் ஒவ்வொருவரும் நான்கு வெவ்வேறு நண்பர்களுக்குக் கடிதம் எழுதுமாறும் மற்றும் இந்தச் செயல்முறையைத் தொடருமாறும் கூறுகிறார். இந்தச் செயல்முறை தொடர்ச்சியாக நடைபெறுகின்றது. ஒரு கடிதத்திற்கான செலவு ₹2 எனில் 8 நிலைகள் வரை கடிதங்கள் அனுப்புவதற்கு ஆகும் மொத்த செலவைக் காண்க.**

தீர்வு.



முதல் தடவை குமார் அனுப்பும் கடிதங்களுக்கான செலவு

$$= (1)\ 2 \times 4$$

இரண்டாவது தடவை அனுப்பும் கடிதங்களுக்கான செலவு $= \underset{(1)}{2 \times 4} + \underset{(2)}{2 \times 4} + \underset{(3)}{2 \times 4} + \underset{(4)}{2 \times 4}$

$= (2 \times 4) + (2 \times 4) + (2 \times 4) + (2 \times 4)$

$= 2(4 \times 4) = 2 \times 4^2$

மூன்றாவது தடவை அனுப்பும் கடிதங்களுக்கான செலவு

$= \underset{(5)}{2{\times}4} + \underset{(6)}{2{\times}4} + \underset{(7)}{2{\times}4} + \underset{(8)}{2{\times}4} + \underset{(9)}{2{\times}4} + \ \ldots. + \underset{(20)}{2{\times}4}$

$= 2 \times (4 \times 4^2) = 2 \times 4^3$

$\therefore\ 2 \times 4 + 2 \times 4^2 + 2 \times 4^3 + \ldots 2 \times 4^8 =$

$[a + ar + ar^2 + \ldots ar^{n-1}]$

$= 4[2 + 2 \times 4 + 2 \times 4^2 + \ldots + 2 \times 4^7]$

$= 4[S_n]$ இங்கு $n = 8$, $r = 4$

இது ஒரு G.P

G.P ன் கூடுதல் $S_n = \dfrac{a(r^n - 1)}{r - 1}$, $r > 1$

$$S_n = S_8 = 2\left(\frac{4^8 - 1}{4 - 1}\right) = 2\left(\frac{65536 - 1}{3}\right)$$

$$= 2\left(\frac{65535}{3}\right) = \frac{131070}{3} = 43690$$

$\therefore$ கடிதங்களுக்கான மொத்தம் செலவு

$= 4 \times 43690 =$ ₹ 174760

9. **$0.\overline{123}$ என்ற எண்ணின் விகிதமுறு வடிவம் காண்க.**

தீர்வு. $x = 0.123123123\ldots\ldots. \Rightarrow x = 0.\overline{123}$ ...(1)

இறுபுறமும் 1000 ஆல் பெருக்க

$\Rightarrow 1000\,x = 123.123123\ldots \Rightarrow 1000\,x = 123.\overline{123}$ ...(2)

(2) – (1)⇒ $1000x - x = 123.\overline{123} - 0.\overline{123}$.

$\Rightarrow\ 999\,x = 123$

$$\Rightarrow \quad x = \frac{123}{999}$$

$$\Rightarrow \quad x = \frac{41}{333}$$ (விகிதமுறு வடிவம்)

10. **$S_n = (x + y) + (x^2 + xy + y^2) + (x^3 + x^2y + xy^2 + y^3) + \ldots n$ உறுப்புகள் வரை எனில் $(x - y)\ S_n = \left[\dfrac{x^2(x^n - 1)}{x - 1} - \dfrac{y^2(y^n - 1)}{y - 1}\right]$ என நிறுவுக.**

தீர்வு. $S_n = (x + y) + (x^2 + xy + y^2) + (x^3 + x^2y + xy^2 + y^3) + \ldots n$ உறுப்புகள் வரை.

$\Rightarrow x.\ S_n = (x + y)x + (x^2 + xy + y^2)x + (x^3 + x^2y + xy^2 + y^3)x + \ldots.$

$\Rightarrow x.\ S_n = x^2 + xy + x^3 + x^2y + y^2x + x^4 + x^3y + x^2y^2 + y^3x + \ldots$ ....(1)

இருபுறமும்'y' ஆல் பெருக்க

$\Rightarrow y.\ S_n = (x + y)y + (x^2 + xy + y^2)y + (x^3 + x^2y + xy^2 + y^3)y + \ldots.$

$\Rightarrow y.\ S_n = xy + y^2 + x^2y + xy^2 + y^3 + x^3y + x^3y + x^2y^2 + xy^3 + y^4 + \ldots..$

(1) – (2) ⇒

$x\,S_n - y\,S_n = (x^2 + \cancel{xy} + x^3 + \cancel{x^2y} + \cancel{y^2y} + x^4 + \cancel{x^3y} + \cancel{x^2y^2} + \cancel{y^2x} + \ldots..) - (\cancel{xy} + y^2 + \cancel{x^2y} + \cancel{xy^2} + y^3 + \cancel{x^3y} + \cancel{x^2y^2} + \cancel{xy^3} + y^4 + \ldots..$

$\Rightarrow (x - y)\ S_n = (x^2 + x^3 + x^4 + \ldots\ldots) - (y^2 + y^3 + y^4 + \ldots.)$

$$= \frac{x^2(x^n - 1)}{x - 1} - \frac{y^2(y^n - 1)}{y - 1}$$

$$\Rightarrow (x - y)\ S_n = \left[\frac{x^2(x^n - 1)}{x - 1} - \frac{y^2(y^n - 1)}{y - 1}\right]$$

எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

www.surabooks.com

பயிற்சி 2.9

1. பின்வரும் தொடர்களின் கூடுதலைக் காண்க.

(i) $1 + 2 + 3 + \ldots + 60$

(ii) $3 + 6 + 9 + \ldots + 96$

(iii) $51 + 52 + 53 + \ldots + 92$

(iv) $1 + 4 + 9 + 16 + \ldots + 225$

(v) $6^2 + 7^2 + 8^2 + \ldots + 21^2$

(vi) $10^3 + 11^3 + 12^3 + \ldots + 20^3$

(vii) $1 + 3 + 5 + \ldots + 71$

தீர்வு. $1 + 2 + 3 + \ldots + 60$

$$\sum_{1}^{n} n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$1 + 2 + 3 + \ldots + 60 = \sum_{1}^{60} n = \frac{60(60+1)}{2}$$

$$= 30 \times 61$$

$$= 1830$$

(ii) $3 + 6 + 9 + \ldots + 96$

$$= 3(1 + 2 + 3 + \ldots + 32)$$

$$= 3\left[\sum_{1}^{32} n\right] = 3\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)_{n=32}$$

$$= 3\left(\frac{32(33)}{2}\right)$$

$$= 1584$$

(iii) $51 + 52 + 53 + \ldots + 92$

$$= (1 + 2 + 3 + \ldots + 92) - (1 + 2 + \ldots + 50)$$

$$= \sum_{1}^{92} n - \sum_{1}^{50} n$$

$$= \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)_{n=92} - \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)_{n=50}$$

$$= \frac{\cancel{92}^{46}\times 93}{2} - \frac{\cancel{50}^{25}\times 51}{\cancel{2}}$$

$$= 4278 - 1275 = 3003$$

(iv) $1 + 4 + 9 + 16 + \ldots + 225$

$$= 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \ldots + 15^2$$

$$\sum_{1}^{n} n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$\sum_{1}^{15} n^2 = \frac{15(15+1)(2\times15+1)}{6}$$

$$= \frac{{}^{5}\cancel{15}\times\cancel{16}^{8}\times 31}{\cancel{6}_{\cancel{2}}}$$

$$= 1240$$

(v) $6^2 + 7^2 + 8^2 + \ldots + 21^2$

$$= (1^2 + 2^2 + \ldots + 21^2) - (1^2 + 2^2 + \ldots + 5^2)$$

$$= \sum_{1}^{21} n^2 - \sum_{1}^{5} n^2$$

$$= \left(\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}\right)_{n=21} - \left(\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}\right)_{n=5}$$

$$= \left(\frac{\cancel{21}^{7}\times\cancel{22}^{11}\times 43}{\cancel{6}_{\cancel{2}}}\right) - \left(\frac{5\times\cancel{6}\times 11}{\cancel{6}}\right)$$

$$= 3311 - 55 = 3256$$

(vi) $10^3 + 11^3 + 12^3 + \ldots + 20^3$

$$= (1^3 + 2^3 + \ldots + 20^3) - (1^3 + 2^3 + \ldots + 9^3)$$

$$= \sum_{1}^{20} n^3 - \sum_{1}^{9} n^3$$

$$= \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2_{n=20} - \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2_{n=9}$$

$$= \left(\frac{20\times21}{2}\right)^2 - \left(\frac{9\times10}{2}\right)^2$$

$$= 210^2 - 45^2$$

$$= 44100 - 2025 = 42075$$

(vii) $1 + 3 + 5 + \ldots + 71 = n^2$

$$n = \frac{l-a}{d} + 1 \Rightarrow \left(\frac{71-1}{2}\right) + 1 = \frac{70}{2} + 1 = 36$$

$$\therefore 1 + 3 + 5 + \ldots + 71 = (36)^2 = 1296$$

2. If $1 + 2 + 3 + \ldots + k = 325$ எனில், $1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots + k^3$ –யின் மதிப்பு காண்க.

தீர்வு. $1 + 2 + 3 + \ldots + k = 325$

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots + k^3 = \sum_{1}^{n} n^3$$

$$= \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2 = \left(\sum_{1}^{n} n\right)^2$$

$1 + 2 + 3 \ldots + k = 325$ எனில்

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots + k^3 = (325)^2 = 105625$$

www.surabooks.com

3. $1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots + k^3 = 44100$ எனில், $1 + 2 + 3 + \ldots + k$ –யின் மதிப்பு காண்க..

தீர்வு. $1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots + k^3 = 44100$ எனில்

$$1 + 2 + 3 + \ldots + k = \sqrt{44100}$$
$$= 210$$

4. $1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots$ என்ற தொடரின் எத்தனை உறுப்புகளைக் கூட்டினால் கூடுதல் 14400 கிடைக்கும்?

தீர்வு. $1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots + n^3 = 14400$

$$\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2 = 14400 = (120)^2$$
$$\frac{n(n+1)}{2} = \sqrt{14400} = 120$$

முறை I:
$$\begin{aligned} n(n+1) &= 240 \\ n^2 + n - 240 &= 0 \\ n^2 + 16n - 15n - 240 &= 0 \\ n(n+16) - 15(n+16) &= 0 \\ (n+16)(n-15) &= 0 \\ n &= -16, 15 \end{aligned}$$

$\therefore$ 15 உறுப்புகளைக் கூட்ட 14400 கிடைக்கும்.

முறை 2:

$n^2 + n - 240 = 0$

$$\begin{aligned} n &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ &= \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4 \times 1 \times -240}}{2 \times 1} \\ &= \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 960}}{2} \\ &= \frac{-1 \pm \sqrt{961}}{2} = \frac{-1 \pm 31}{2} \\ &= \frac{-1+31}{2} \text{ அல்லது } \frac{-1-31}{2} \\ &= \frac{30}{2} \text{ அல்லது } \frac{-32}{2} \\ n &= 15 \text{ அல்லது } -16 \end{aligned}$$

$\therefore n = 15$ n ஆனது -16 ஆக இருக்க முடியாது.

5. முதல் n இயல் எண்களின் வர்க்கங்களின் கூடுதல் 285 மற்றும் முதல் n இயல் எண்களின் கனங்களின் கூடுதல் 2025 எனில் n –ன் மதிப்பு காண்க.

தீர்வு. $1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + n^2 = 285$

$1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots + n^3 = 2025$

$$\begin{aligned} \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2 &= 2025 \\ \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2 &= 45^2 \\ \frac{n(n+1)}{2} &= 45 \\ n(n+1) &= 90 \\ n^2 + n - 90 &= 0 \\ (n+10)(n-9) &= 0 \\ n &= -10, 9 \\ \therefore n &= 9 \end{aligned}$$

குறிப்பு:

–90

10 –9

$1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + n^2 = 285$

$$\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} = 285$$
$$n = 9 \Rightarrow \frac{9(9+1)(2\times 9+1)}{6} = 285$$
$$\frac{\cancel{9}^3 \times \cancel{10}^5 \times 19}{\cancel{6}_{2}} = 285$$

எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

6. ரேகாவிடம் 10 செ.மீ, 11 செ.மீ, 12 செ.மீ,..., 24 செ.மீ என்ற பக்க அளவுள்ள 15 சதுர வடிவ வண்ணக் காகிதங்கள் உள்ளன. இந்த வண்ணக் காகிதங்களைக் கொண்டு எவ்வளவு பரப்பை அடைந்து அலங்கரிக்க முடியும்.

தீர்வு. $10^2 + 11^2 + 12^2 + \ldots + 24^2$

$= (1^2 + 2^2 + \ldots + 24^2) - (1^2 + 2^2 + \ldots + 9^2)$

$$= \left(\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}\right)_{n=24} - \left(\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}\right)_{n=9}$$

$$= \frac{\cancel{24}^4 \times 25 \times 49}{\cancel{6}} - \frac{\cancel{9}^3 \times \cancel{10}^5 \times 19}{\cancel{6}_{\cancel{3}}}$$

$= 4900 - 285$

$= 4615$

$\therefore$ ரேகாவிடம் 4615 செ.மீ^{2} பரப்பு கொண்ட வண்ணக்காகிதங்கள் உள்ளதால் 4615 செ.மீ^{2} பரப்பை அலங்கரிக்க முடியும்.

www.surabooks.com

7. **$(2^3-1)+(4^3-3^3)+(6^3-5^3)+\ldots$ என்ற தொடர் வரிசையின் (i) n உறுப்புகள் வரை (ii) 8 உறுப்புகள் வரை கூடுதல் காண்க.**

தீர்வு. $(2^3-1)+(4^3-3^3)+(6^3-15^3)+\ldots\ n$

$$\sum_1^n 2^3+4^3+6^3+\ldots\ldots-\sum_1^n\left(1^3+3^3+5^3+\ldots\right)$$

$$\sum_1^n\left[(2n)^3-(2n-1)^3\right]$$

$a^3 - b^3 = (a - b)^3 + 3ab(a - b)$

$= \left(\cancel{2n}-\cancel{2n}+1\right)^3+3(2n)(2n-1)\left(\cancel{2n}-\cancel{2n}+1\right)$

$= 1^3 + 3.(2n)\ (2n - 1)$

$= 1 + 6n(2n - 1)$

$= 1 + 12n^2 - 6n$

$= \Sigma\ (1 + 12n^2 - 6n)$

$= n+\cancel{12}^{2}.\dfrac{n(n+1)(2n+1)}{\cancel{6}}-\cancel{6}^{3}.\dfrac{n(n+1)}{\cancel{2}}$

$= n + 2n\ (n+1)(2n+1) - 3n(n+1)$

$= n + (2n^2 + 2n)\ (2n+1) - 3n^2 - 3n$

$= \cancel{n}+4n^3+4n^2+2n^2+2\cancel{n}-3n^2-3\cancel{n}$

$= 4n^3 + 3n^2 =$ 'n' உறுப்புகளின் கூடுதல்

$n\ = 8$ எனில்

கூடுதல் $= 4 \times 8^3 + 3 \times 8^2$

$= 2048 + 192 = 2240$

பயிற்சி 2.10

பலவுள் தெரிவு வினாக்கள்

1. **யூக்ளிடின் வகுத்தல் துணைத் தேற்றத்தின் படி a மற்றும் b என்ற மிகை முழுக்களுக்கு, தனித்த மிகை முழுக்கள் q மற்றும் r, $a = bq + r$ என்றவாறு அமையுமானால், இங்கு r ஆனது,**

(1) $1 < r < b$ (2) $0 < r < b$

(3) $0 \leq r < b$ (4) $0 < r \leq b$

[விடை. (3) $0 \leq r < b$]

2. **யூக்ளிடின் வகுத்தல் துணைத் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி, எந்த மிகை முழுவின் கனத்தையும் 9 ஆல் வகுக்கும் போது கிடைக்கும் மீதிகள்**

(1) 0, 1, 8 (2) 1, 4, 8

(3) 0, 1, 3 (4) 1, 3, 5

[விடை. (1) 0, 1, 8]

குறிப்பு: மிகை முழுக்களின் கனம் $= 1^3, 2^3, 3^3, 4^3, \ldots$

$= 1, 8, \underline{27}, \underline{64}, \underline{125}, 216 \ldots$

ஓர் எண்ணை 27, 64, 125ஐ 9 ஆல் வகுக்கும் போது மீதி 0, 1, 8 கிடைக்கும்.

3. **65 மற்றும் 117 –யின் மீ.பொ.வ –வை $65m - 117$ என்ற வடிவில் எழுதும்போது, m –ன் மதிப்பு**

(1) 4 (2) 2 (3) 1 (4) 3

[விடை. (2) 2]

குறிப்பு:

65, 117 இவற்றின் H.C.F காண

$117 = 65 \times 1 + 52$

$65 = 52 \times 1 + 13$

$52 = 13 \times 4 + 0$

$\therefore$ 13 ஆனது 65, 117 -ன் மீ.பொ.வ ஆகும்.

$65\ m - 117 = 65 \times 2 - 117$

$130 - 117 = 13$

$\therefore m = 2$

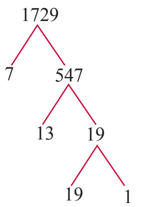
4. **1729 –ஐ பகாக் காரணிப்படுத்தும் போது, அந்தப் பகா எண்களின் அடுக்குகளின் கூடுதல்.**

(1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4

[விடை. (3) 3]

குறிப்பு:

$1729 = 7^1 \times 13^1 \times 19^1$



5. **1 முதல் 10 வரையுள்ள (இரண்டு எண்களும் உட்பட) அனைத்து எண்களாலும் வகுபடும் மிகச் சிறிய எண்**

(1) 2025 (2) 5220 (3) 5025 (4) 2520

[விடை. (4) 2520]

குறிப்பு:

2	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10
2	1, 1, 3, 2, 5, 3, 7, 4, 9, 5
3	1, 1, 3, 1, 5, 1, 7, 2, 9, 5
5	1, 1, 1, 1, 5, 1, 7, 2, 3, 5
7	1, 1, 1, 1, 1, 1, 7, 2, 3, 1
2	1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 3, 1
3	1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 3, 1
	1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1

$\therefore$ மீ.பொ.ம $(1, 2, 3, 4, \ldots, 10) = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 2 \times 3 = 2520$

www.surabooks.com

6. $7^{4k} \equiv$ ______ (மட்டு 100)

(1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4

[விடை. (1) 1]

குறிப்பு: $7^{4k} \equiv$ _____ (மட்டு 100)

$7^{4k} = 7^{4\times 1} \equiv \underline{\ 1\ }$ (மட்டு 100)

7. $F_1 = 1$, $F_2 = 3$ மற்றும் $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$ எனக் கொடுக்கப்படின் F_5 ஆனது

(1) 3 (2) 5 (3) 8 (4) 11

[விடை. (4) 11]

குறிப்பு:

$$\begin{aligned} &F_1 = 1, F_2 = 3 \\ &F_n = F_{n-1} + F_{n-2} \\ &F_5 = F_{5-1} + F_{5-2} = F_4 + F_3 \\ &\quad = F_3 + F_2 + F_2 + F_1 \\ &\quad = F_2 + F_1 + F_2 + F_2 + F_1 \\ &\quad = 3 + 1 + 3 + 3 + 1 = 11 \end{aligned}$$

8. ஒரு கூட்டுத் தொடர் வரிசையின் முதல் உறுப்பு 1 மற்றும் பொது வித்தியாசம் 4 எனில், பின்வரும் எண்களில் எது இந்தக் கூட்டுத்தொடர் வரிசையில் அமையும்.

(1) 4551 (2) 10091

(3) 7881 (4) 13531

[விடை. (3) 7881]

குறிப்பு:

$$\begin{aligned} t_1 &= 1 \\ d &= 4 \\ t_n &= a + (n-1)d \\ &= 1 + 4n - 4 \\ 4n - 3 &= 4551 \\ 4n &= 4554 \end{aligned}$$

n = ஒரு பின்ன எண்

n ஓர் பின்ன எண்ணாக இருக்க முடியாது.

$$\begin{aligned} 4n - 3 &= 10091 \\ 4n &= 10091+3 = 10094 \end{aligned}$$

n = ஒரு பின்னம்

$$\begin{aligned} 4n - 3 &= 7881 \\ 4n &= 7881 + 3 = 7884 \\ n &= 1971 \end{aligned}$$

$n = \frac{\cancel{7884}^{1971}}{\cancel{4}_1}$, n ஓர் முழு எண்.

$$\begin{aligned} 4n - 3 &= 13531 \\ 4n &= 13535 + 3 = 13534 \end{aligned}$$

n ஓர் பின்ன எண்

∴ 7881 ஆனது கூ.தொ.இன் 1971 –வது உறுப்பு.

9. ஒரு கூட்டுத் தொடர் வரிசையின் 6 வது உறுப்பின் 6 மடங்கும் 7 வது உறுப்பின் 7 மடங்கும் சமம் எனில், அக்கூட்டுத் தொடர்வரிசையின் 13 வது உறுப்பு.

(1) 0 (2) 6 (3) 7 (4) 13

[விடை. (1) 0]

குறிப்பு:

$$\begin{aligned} 6t_6 &= 7t_7 \\ 6(a+5d) &= 7(a+6d) \\ 6a + 30d &= 7a + 42d \\ 7a + 42d - 6a - 30d &= 0 \\ a + 12d &= 0 = t_{13} \end{aligned}$$

10. ஒரு கூட்டுத் தொடர் வரிசையில் 31 உறுப்புகள் உள்ளன. அதன் 16 வது உறுப்பு m எனில், அந்தக் கூட்டுத் தொடர்வரிசையில் உள்ள எல்லா உறுப்புகளின் கூடுதல்.

(1) $16\,m$ (2) $62\,m$

(3) $31\,m$ (4) $\frac{31}{2}m$

[விடை. (3) 31 m]

குறிப்பு:

$$\begin{aligned} t_{16} &= m \\ S_{31} &= \frac{31}{2}(2a+30d) \\ &= \frac{31}{\cancel{2}}(\cancel{2}(a+15d)) \end{aligned}$$

$(\because t_{16} = a + 15d)$

$$= 31(t_{16}) = 31\,m$$

11. ஒரு கூட்டுத் தொடர் வரிசையில் முதல் உறுப்பு 1 மற்றும் பொது வித்தியாசம் 4. இந்தக் கூட்டுத் தொடர்வரிசையின் எத்தனை உறுப்புகளைக் கூட்டினால் அதன் கூடுதல் 120 கிடைக்கும்?

(1) 6 (2) 7 (3) 8 (4) 9

[விடை. (3) 8]

குறிப்பு: $a = 1, d = 4$

$$S_n = 120 = \frac{n}{2}(2a+(n-1)d)$$

$$120 = \frac{n}{2}(2\times1+(n-1)4)$$

$$120 = \frac{n}{2}(2+4n-4) = \frac{n}{2}(4n-2)$$

$$= \frac{n}{\cancel{2}}.\cancel{2}(2n-1) = n\,(2n-1)$$

$$120 = 2n^2 - n$$

$$2n^2 - n - 120 = 0$$

www.surabooks.com

$(n-8)(2n+15)=0$

$\therefore \quad n=8,\ n=\frac{-15}{2}$

$$\begin{tikzcd} & -240 \arrow[dl, no head] \arrow[dr, no head] & \\ \frac{-16}{2} & & \frac{15}{2} \end{tikzcd}$$

$$(n-8)\left(n+\frac{15}{2}\right)$$

12. If A = 2^{65} மற்றும் B =$2^{64}+2^{63}+2^{62}+\ +2^{0}$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது பின்வருவனவற்றில் எது உண்மை?

(1) B ஆனது A ஐ விட 2^{64} அதிகம்

(2) A மற்றும் B சமம்

(3) B ஆனது A ஐ விட 1அதிகம்

(4) A ஆனது B-ஐ விட 1 அதிகம்.

[விடை. (4) A ஆனது B–ஐ விட 1 அதிகம்.]

குறிப்பு:

$A = 2^{65}$

$B = 2^{64} + 2^{63} + 2^{62} + \ldots + 2^{0}$

$B = 2^{0} + 2^{1} + 2^{2} + \ldots + 2^{64}$

$G.P = 1 + 2^{1} + 2^{2} + \ldots + 2^{64}$ இது ஒரு பெருக்குத் தொடர்

இங்கு $a = 1, r = 2, n = 65$

$\therefore$ பெருக்குத் தொடரின் கூடுதல் $= S_{65} = \frac{a(r^{n}-1)}{r-1}$

$$S_{65} = \frac{1(2^{65}-1)}{2-1} = 2^{65}-1$$

$A = 2^{65}, B = 2^{65} - 1$

$\therefore$ B சிறியது.

A ஆனது Bஐ விட 1 அதிகம்.

13. $\frac{3}{16}, \frac{1}{8}, \frac{1}{12}, \frac{1}{18}, \ldots$ என்ற தொடர் வரிசையின் அடுத்த உறுப்பு.

(1) $\frac{1}{24}$ (2) $\frac{1}{27}$ (3) $\frac{2}{3}$ (4) $\frac{1}{81}$

[விடை. (2) $\frac{1}{27}$]

குறிப்பு:

$\frac{3}{16}, \frac{1}{8}, \frac{1}{12}, \frac{1}{18}, \ldots$

$$r = \frac{\frac{1}{8}}{\frac{3}{16}} = \frac{1}{\cancel{8}} \times \frac{\overset{2}{\cancel{16}}}{3} = \frac{2}{3}$$

$$r = \frac{\frac{1}{12}}{\frac{1}{8}} = \frac{1}{\cancel{12}_{3}} \times \frac{\cancel{8}^{2}}{1} = \frac{2}{3}$$

$\therefore$ அடுத்த உறுப்பு $= \frac{1}{18} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{54} = \frac{1}{27}$

14. $t_1, t_2, t_3, \ldots$ என்பது ஒரு கூட்டுத் தொடர் வரிசை எனில் $t_6, t_{12}, t_{18}, \ldots$ என்பது.

(1) ஒரு பெருக்குத் தொடர்வரிசை

(2) ஒரு கூட்டுத் தொடர்வரிசை

(3) ஒரு கூட்டுத் தொடர் வரிசையுமல்ல, பெருக்குத் தொடர் வரிசையுமல்ல

(4) ஒரு மாறிலி தொடர் வரிசை

[விடை. (2) ஒரு கூட்டுத் தொடர்வரிசை]

குறிப்பு: $t_1, t_2, t_3, \ldots$ என்பது $1, 2, 3, \ldots$ என்க

$t_6 = 6, t_{12} = 12,\ t_{18} = 18$ எனில் $6, 12, 18 \ldots$ ஒரு கூட்டுத் தொடர் வரிசை.

15. $(1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots + 15^3) - (1 + 2 + 3 + \ldots + 15)$ -ன் மதிப்பு.

(1) 14400 (2) 14200

(3) 14280 (4) 14520

[விடை. (3) 14280]

குறிப்பு:

$$\left(\frac{15\times16}{2}\right)^{2} - \frac{15\times16}{2} = (120)^{2} - 120$$

$$= 14280.$$

அலகுப் பயிற்சி - 2

1. எல்லா மிகை முழுக்கள் n –க்கும் $n^2 - n$ ஆனது 2 –ஆல் வகுபடும் என நிறுவுக.

தீர்வு. $n^2 - n$ ஆனது ஒவ்வொரு மிகை முழுவிற்கும் 2 ஆல் வகுபடும் என நிரூபிக்க.

$2q$ அல்லது $2q + 1$, (q ஒரு முழு).

பின்வரும் நிலைகள் ஏற்படுகின்றன :

நிலை I. $n = 2Q$ எனில்

ஆகையால் $n^2 - n$ ஒவ்வொரு மிகை முழு n க்கும் 2 ஆல் வகுபடும்

www.surabooks.com

$n^2 - n = (2q)^2 - 2q = 4q^2 - 2q = 2q(2q - 1)$

$\Rightarrow n^2 - n = 2r \qquad r = q(2q - 1)$

$\Rightarrow n^2 - n$ by 2.

II. $n = 2q + 1$.

$n^2 - n = (2q + 1)^2 - (2q + 1)$

$= (2q + 1)(2q + 1 - 1) = (2q + 1)2q$

$\Rightarrow n^2 - n = 2r \qquad r = q(2q + 1)$

$\Rightarrow n^2 - n$ 2.

$n^2 - n$ 2 n.

2. **ஒரு பால்காரரிடம் 175 லிட்டர் பசும் பாலும், 105 லிட்டர் எருமைப் பாலும் உள்ளது.இவற்றை அவர் சம கொள்ளளவுக் கொண்ட இருவகையான கலன்களில் அடைத்து விற்க விருப்பப்படுகிறார். (i) இவ்வாறு விற்பதற்கு தேவைப்படும் கலன்களின் அதிகபட்ச கொள்ளளவு எவ்வளவு? இவ்வாறாக (ii) எத்தனைக் கலன் பசும்பால் மற்றும் (iii) எருமைப் பால் விற்கப்பட்டிருக்கும்.**

தீர்வு. 175 லிட்டர் பசும்பால்

105 லிட்டர் எருமைப் பால்

175 & 105 -ன் மீ.பொ.வ -வை யூக்ளிடின் வகுத்தல் முறையைப் பயன்படுத்தி காண,

$175 = 105 \times 1 + 70$, இங்கு மீதி $70 \neq 0$

மீண்டும் யூக்ளிடின் வகுத்தல் முறையைப் பயன்படுத்த

$105 = 70 \times 1 + 35$, மீதி $35 \neq 0$

மீண்டும் யூக்ளிடின் வகுத்தல் முறையைப் பயன்படுத்தி

$70 = 35 \times 2 + 0$, மீதி 0.

(i) ∴ 35 ஆனது 175 & 105 ன் மீ.பொ.வ 35 லிட்டர்

(ii) பசும்பால் பெறப்பட்டது $= \dfrac{175}{35} = 5$ கலன்கள்

(iii) எருமைப் பால் பெறப்பட்டது $= \dfrac{105}{35} = 3$ கலன்கள்

3. ***a*, *b*, *c* என்ற எண்களை 13 ஆல் வகுக்கும்போது கிடைக்கும் மீதிகள் முறையே 9, 7 மற்றும் 10. $a + 2b + 3c$ ஐ 13ஆல் வகுக்கும் போது கிடைக்கும் மீதியைக் காண்க.**

தீர்வு. a, b, c என்பன ஏதேனும் 3 மிகை முழுக்கள் என்க.

$a = 13q + 9$

$b = 13q + 7$

$c = 13q + 10$

$a + 2b + 3c = 13q + 9 + 2(13q + 7) + 3(13q + 10)$

$= 13q + 9 + 26q + 14 + 39q + 30$

$= 78q + 53 = (13 \times 6)q + 53$

மீதி = 53.

ஆனால் $53 = 13 \times 4 + 1$

∴ மீதி என்பது 1 ஆகும்.

4. **107 ஆனது $4q + 3$, q என்பது ஏதேனும் ஒரு முழு என்ற வடிவில் அமையும் என நிறுவுக.**

தீர்வு. $107 = 4 \times 26 + 3$. $a = bq + r$. என்ற வடிவில் உள்ளது எனவே இது நிரூபிக்கப்பட்டது.

5. **ஒரு கூட்டுத் தொடர்வரிசையின் $(m + 1)$ வது உறுப்பானது $(n + 1)$ வது உறுப்பின் இரு மடங்கு எனில், $(3m + 1)$ வது உறுப்பானது $(m + n + 1)$ வது உறுப்பின் இரு மடங்கு என நிறுவுக.**

தீர்வு.

$$\begin{aligned}
t_n &= a + (n-1)d \\
t_{m+1} &= a + (m + 1 - 1)d \\
&= a + md \\
t_{n+1} &= a + (n + 1 - 1)d \\
&= a + nd \\
2(t_{n+1}) &= 2(a + nd) \\
t_{m+1} &= 2t_{n+1} \qquad \ldots(1) \\
\Rightarrow a + md &= 2(a + nd) \\
2a + 2nd - a - md &= 0 \\
a + (2n - m)d &= 0 \\
t_{(3m+1)} &= a + (3m + 1 - 1)d \\
&= a + 3md \\
t_{(m+n+1)} &= a + (m + n + 1 - 1)d \\
&= a + (m + n)d \\
2(t_{(m+n+1)}) &= 2(a + (m + n)d) \\
&= 2a + 2md + 2nd \\
t_{(3m+1)} &= 2t_{(m+n+1)} \qquad \ldots(2) \\
a + 3md &= 2a + 2md + 2nd \\
2a + 2md + 2nd - a - 3md &= 0 \\
a - md + 2nd &= 0 \\
a + (2n - m)d &= 0
\end{aligned}$$

∴ எனவே $t_{(3m+1)} = 2t_{(m+n+1)}$

என நிரூபிக்கப்பட்டது

6. **$-2, -4, -6, \ldots -100$ என்ற கூட்டுத் தொடர்வரிசையில் இறுதி உறுப்பிலிருந்து 12 வது உறுப்பைக் காண்க.**

தீர்வு. $n = \dfrac{l - a}{d} + 1 = \dfrac{-100 - (-2)}{-2} + 1$

www.surabooks.com

$$\frac{-100+2}{-2}+1 = \frac{-98}{-2}+1$$

$$= 49 + 1 = 50$$

கடைசியிலிருந்து 12வது உறுப்பு

= தொடக்கத்திருலிந்து 39வது உறுப்பு

$$\therefore t39 = a + 38d$$

$$= -2 + 38\,(-2)$$

$$= -2 - 76$$

$$= -78$$

7. இரண்டு கூட்டுத் தொடர் வரிசைகள் ஒரே பொது வித்தியாசம் கொண்டுள்ளன. ஒரு தொடர் வரிசையின் முதல் உறுப்பு 2 மற்றும் மற்றொரு தொடர்வரிசையின் முதல் உறுப்பு 7. இரு தொடர் வரிசைகளின் 10வது உறுப்புகளுக்கிடையே உள்ள வித்தியாசம், 21–வது உறுப்புகளுக்கிடையே உள்ள வித்தியாசத்திற்குச் சமம் என நிரூபித்து உள்ளது. இந்த வித்தியாசம் அந்த கூட்டுத் தொடர் வரிசைகளின் பொது வித்தியாசத்திற்கு சமமாக உள்ளது என நிறுவுக.

தீர்வு. இரண்டு கூட்டுத் தொடர் வரிசைகள்

$$AP_1 = a_1, a_1 + d, a_1 + 2d, \ldots$$

$$AP_2 = a_2, a_2 + d, a_2 + 2d, \ldots$$

என்க.

AP_1 -ல் $a_1 = 2$

AP_2 -ல் $a_2 = 7$

AP_1 -ல் $t_{10} = a_1 + 9d = 2 + 9d$ ..(1)

AP_2 -ல் $t_{10} = a_2 + 9d = 7 + 9d$ ..(2)

10 வது உறுப்புகளுக்கிடையே உள்ள வித்தியாசம்

$$= (1) - (2) = 2 + 9\cancel{d} - 7 - 9\cancel{d}$$

$$= -5 \quad \ldots(\text{I})$$

AP_1 -ல் $t_{21} = a_1 + 20d = 2 + 20d$ ..(3)

AP_2 -ல் $t_{21} = a_2 + 20d = 7 + 20d$ ..(4)

21-ம் உறுப்புகளுக்கிடையே உள்ள வித்தியாசம் (3) – (4)

$$= 2 + \cancel{20d} - 7 - \cancel{20d}$$

$$= -5 \quad \ldots(\text{II})$$

$$\text{I} = \text{II}$$

எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

8. ஒரு நபர் 10 வருடங்களில் ₹16500 ஐ சேமிக்கிறார். ஒவ்வொரு வருடமும் அவர் சேமிக்கும் தொகையானது அதற்கு முந்தைய வருடம் சேமிக்கும் தொகையைவிட ₹100 அதிகம். அவர் முதல் வருடம் எவ்வளவு சேமித்திருப்பார்.

தீர்வு. $S_{10} = ₹\ 16500$

$a, a + d, a + 2d, \ldots$

$$d = 100$$

$$n = 10$$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d)$$

$$S_{10} = 16500$$

$$S_{10} = \frac{10}{2}(2 \times a + 9 \times 100)$$

$$16500 = 5(2a + 900)$$

$$16500 = 10a + 4500$$

$$10a = 16500 - 4500$$

$$10a = 12000$$

$$a = \frac{1200\cancel{0}}{1\cancel{0}} = ₹\ 1200$$

∴ அவர் முதல் ஆண்டில் ₹ 1200 ஐ சேமித்திருப்பார்

9. ஒரு பெருக்குத் தொடர் வரிசையில் 2–வது உறுப்பு $\sqrt{6}$ மற்றும் 6–வது உறுப்பு $9\sqrt{6}$ எனில் அந்த தொடர்வரிசையைக் காண்க.

தீர்வு.

$$t_2 = \sqrt{6}$$

$$t_6 = 9\sqrt{6}$$

பெருக்குத் தொடரில் $t_n = ar^{n-1}$ in G.P

$$\therefore t_2 = ar^{2-1} = \sqrt{6}$$

$$ar = \sqrt{6} \quad \ldots(1)$$

$$t_6 = ar^{6-1} = 9\sqrt{6}$$

$$ar^5 = 9\sqrt{6} \quad \ldots(2)$$

$$\frac{(2)}{(1)} = \frac{\cancel{a}r^{\cancel{5}4}}{\cancel{ar}} = \frac{9\cancel{\sqrt{6}}}{\cancel{\sqrt{6}}}$$

$$r^4 = 9 \Rightarrow r^2 = 3 \Rightarrow r = \sqrt{3}$$

$r = \sqrt{3}$ என (1) ல் பிரதியிட

$$ar = \sqrt{6}$$

www.surabooks.com

www.surabooks.com

$$a\sqrt{3} = \sqrt{6}$$

$$a = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{6}{3}} = \sqrt{2}$$

∴ பெருக்குத் தொடர் $= a, ar, ar^2, \ldots$

$$= \sqrt{2}, \sqrt{6}, \sqrt{2}\sqrt{3}^2, \cdots$$

$$= \sqrt{2}, \sqrt{6}, 3\sqrt{2}, \ldots$$

10. ஒரு வாகனத்தின் மதிப்பு ஒவ்வோர் ஆண்டும் 15% குறைகிறது. வாகனத்தின் தற்போதைய மதிப்பு ₹ 45,000 எனில், 3 ஆண்டுகளுக்குப் பிறகு வாகனத்தின் மதிப்பு என்ன?

தீர்வு. $a = ₹\ 45000$

₹ 45000 க்கு குறையும் வீதம் = 15%

$$= 450\cancel{00} \times \frac{15}{1\cancel{00}}$$

$d = ₹\ 6750$

$d = -6750$ (∴ இது தேய்மானம்)

முதல் வருட முடிவில் அதன் மதிப்பு

= ₹ 45000 – ₹6750

= ₹38250,

மீண்டும் குறையும் மதிப்பு $= 38250 \times \frac{15}{100}$
$= 5737.50$

2 ம் வருட முடிவில் அதன் மதிப்பு

= ₹ 38250 – ₹ 5737.50 = 32512.50

மீண்டும் குறையும் மதிப்பு

$$= 32512.50 \times \frac{15}{100} = 4876.88$$

3 ம் வருட முடிவில் அதன் மதிப்பு
= 32512.50 – 4876.88 = 27635.63

∴ 3 ம் வருட முடிவில் வாகனத்தின் மதிப்பு = ₹ 27636

கூடுதல் வினாக்கள்

1. 4052 மற்றும் 12756 இவற்றின் மீ.பொ.வ வை யூக்ளிடின் தேற்றம் மூலம் காண்க.

தீர்வு. 12576 > 4052 யூக்ளிடின் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்த 12576 மற்றும் 4052 இவற்றின் மீ.பொ.வ காணலாம்.

$12576 = 4052 \times 3 + 420.$

இங்கு மீதி $420 \neq 0$,

மீண்டும் யூக்ளிடின் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்த

$4052 = 420 \times 9 + 272.$

இங்கு மீதி $272 \neq 0$

மீண்டும் யூக்ளிடின் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்த

$420 = 272 \times 1 + 148, 148 \neq 0.$

மீண்டும் யூக்ளிடின் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்த

$272 = 148 \times 1 + 124$, இங்கு $124 \neq 0$.

மீண்டும் யூக்ளிடின் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்த

$148 = 124 \times 1 + 24$, இங்கு $24 \neq 0$.

மீண்டும் யூக்ளிடின் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்த

$124 = 24 \times 5 + 4$, இங்கு $4 \neq 0$.

மீண்டும் யூக்ளிடின் வகுத்தல் வழிமுறையைப் பயன்படுத்த

$24 = 4 \times 6 + 0.$

இங்கு மீதி 0.

∴ 4 ஆனது 12576 மற்றும் 4052 இவற்றின் மீ.பொ.வ 4 ஆகும்..

2. எந்த ஒரு மிகை ஒற்றை முழுவும் $4q + 1$ அல்லது $4q + 3$, என்ற வடிவில் அமையும் என நிறுவு.

தீர்வு. முதல் உறுப்பு a என்க, (a ஒரு மிகை ஒற்றை எண்)

எனினும் $0 \leq r < 4$, அதனால் கிடைக்கும் மீதி 0, 1, 2, 3 ஆகும்.

∴ a ஆனது $4q$, (அல்லது) $4q + 1$,(அல்லது) $4q + 2$ (அல்லது) $4q + 3$, இங்கு q ஈவு ஆகும்.

a ஒரு ஒற்றை என்பதால் $4q$ மற்றும் $4q + 2$ ஆக இருக்க முடியாது (∵ அவை 2 ஆல் வகுபடும்).

எனவே எந்த ஒரு மிகை ஒற்றை முழுவும் $4q + 1$ அல்லது $4q + 3$ என்ற வடிவில் அமையும்.

3. 6 மற்றும் 20 –ன் மீ.பொ.வ மற்றும் மீ.பொ.ம வை காரணிப்படுத்தல் முறையில் காண்.

தீர்வு. $6 = 2^1 \times 3^1$ மற்றும்

$20 = 2 \times 2 \times 5 = 2^2 \times 5^1$

HCF (6, 20) = 2 மற்றும் LCM (6, 20)

$= 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60.$

HCF (6, 20) $= 2^1 = 2$

LCM (6, 20) $= 2^2 \times 3^1 \times 5^1 = 60.$

(a) மற்றும் (b) = 4க்கு வகுத்தல் முறையைப் பயன்படுத்துவோம்

4. $\sqrt{3}$ **ஒரு விகிதமுறா மூலம் என நிரூபி.**

தீர்வு. (1) $\sqrt{3}$ ஒரு விகித முறு எண் என்க.

$$\sqrt{3} = \frac{p}{q}$$

$$\sqrt{3} = \frac{p}{q}$$ ($q \neq 0$) (p மற்றும் q என்பன சார்பகா எண்கள்)

எனவே, $$\sqrt{3} = \frac{p}{q}$$

$$\sqrt{3}\,q = p$$

இருபுறமும் வர்க்கப்படுத்த,

$$(\sqrt{3}\,q)^2 = p^2$$

$$3q^2 = p^2 \qquad \ldots (1)$$

$$q^2 = \frac{p^2}{3}$$

எனவே, 3 ஆனது p^2 -யை வகுக்கும் 3 ஆனது p -யையும் வகுக்கும் ... (2)

எனவே, $$\frac{p}{3} = c \text{ என்க}$$

$$p = 3c$$

நமக்குத் தெரியும்

$$3q^2 = p^2$$

$p = 3c$ என (1) -ல் பிரதியிட

$$3q^2 = (3c)^2$$

$$3q^2 = 9c^2$$

$$q^2 = \frac{1}{3} \times 9c^2$$

$$q^2 = 3c^2$$

$$\frac{q^2}{3} = c^2$$

எனவே 3 ஆனது q^2 ஐ வகுக்கும்

அதனால், 3 ஆனது q ஐயும் வகுக்கும் ... (3)

முரண்பாட்டினால் $\sqrt{3}$ ஆனது விகிதமுறா எண்

5. **பின்வருவனவற்றுள் எவை கூட்டுத் தொடர் வரிசை அமைக்கும்? கூட்டுத் தொடர் எனில் அடுத்த இரண்டு உறுப்புகளைக் காண்**
(i) 4, 10, 16, 22, . . .
(ii) 1, –1,–3, –5, . . . (iii) –2, 2, –2, 2, –2, . . .
(iv) 1, 1, 1, 2, 2, 2, 3, 3, 3, . . .

தீர்வு.

(i) 4, 10, 16, 22, . . .

இங்கு $a_2 - a_2 = 10 - 4 = 6$

$a_3 - a_2 = 16 - 10 = 6$

$a_4 - a_3 = 22 - 16 = 6$

∴ அது ஒரு A.P. பொது வித்தியாசம் 6.

∴ அடுத்த இரண்டு உறுப்புகள், <u>28</u>, <u>34</u>.

(ii) 1, –1, –3, –5

$t_2 - t_1 = -1 - 1 = -2$

$t_3 - t_2 = -3 - (-1) = -2$

$t_4 - t_3 = -5 - (-3) = -2$

இது ஒரு A.P பொது வித்தியாசம் –2.

அடுத்த இரண்டு உறுப்புகள் (–5 + (–2))= –7, –7 + (–2) = –9. ie <u>–7</u>, <u>–9</u>

(iii) –2, 2, –2, 2, –2

$t_2 - t_1 = 2 - (-2) = 4$

$t_3 - t_2 = -2 - 2 = -4$

$t_4 - t_3 = 2 - (-2) = 4$

இது ஒரு கூட்டுத்தொடர் வரிசை அல்ல.

(iv) 1, 1, 1, 2, 2, 2, 3, 3, 3

$t_2 - t_1 = 1 - 1 = 0$

$t_3 - t_2 = 1 - 1 = 0$

$t_4 - t_3 = 2 - 1 = 1$

இங்கு $t_2 - t_1 \neq t_3 - t_2$.

∴ இது ஒரு கூட்டுத் தொடர் அல்ல

6. **ஒரு கூட்டுத் தொடரின் 3ம் உறுப்பு 5; 7வது உறுப்பு 9 எனில் அந்த A.P ஐக் காண்க.**

$a_3 = a + (3-1)d = a + 2d = 5 \qquad (1)$

$a_7 = a + (7-1)d = a + 6d = 9 \qquad (2)$

$(1) - (2) \Rightarrow -4d = -4 \Rightarrow d = 1.$

$d = 1$ என (1), ல் பிரதியிட

$a + 2(1) = 5$

$a = 3$

தேவையான A.P = 3, 4, 5, 6, 7.

7. **ஒரு பூந்தோட்டத்தில் முதல் வரிசையில் 23 ரோஜாச் செடிகள், இரண்டாம் வரிசையில் 21, மூன்றாம் வரிசையில் 19 என்றவாறு ரோஜாச் செடிகள் ஒரு தொடர் வரிசை அமைப்பில் உள்ளன. கடைசி வரிசையில் 5 ரோஜச் செடிகள் இருப்பின் அப்பூந்தோட்டத்தில் எத்தனை வரிசைகள் உள்ளன?**

தீர்வு. 23, 21, 19, . . . 5 என்பது

1,2,3,.....n வது வரிசையில் உள்ள ரோஜாச் செடிகளின் எண்ணிக்கை.

www.surabooks.com

$\therefore\ a = 23,\ d = 21 - 23 = -2,\ l = 5.$

$$\begin{aligned} a_n = a + (n-1)d \Rightarrow t_n &= a + (n-1)d \\ 5 &= 23 + (n-1)(-2) \\ -18 &= (n-1)(-2) \\ n &= 10 \end{aligned}$$

∴ எனவே அப்பூந்தோட்டத்தில் 10 வரிசைகளில் ரோஜாச் செடிகள் உள்ளன.

8. ஒரு கூட்டுத் தொடரில் முதல் 14 உறுப்புகளின் கூடுதல் 1050, முதல் உறுப்பு 10 எனில், 20 வது உறுப்பைக் காண்.

தீர்வு. இங்கு

$$\begin{aligned} S_{14} &= 1050 \\ n &= 14 \\ a &= 10 \\ S_n &= \frac{n}{2}(2a + (n-1)d) \\ 1050 &= \frac{14}{2}(20 + 13d) \\ &= 140 + 91d \\ 910 &= 91d \\ d &= 10 \\ a_{20} &= 10 + (20-1) \times 10 \\ &= 20 \end{aligned}$$

$\therefore$ 20 வது உறுப்பு $= 200.$

9. 24, 21, 18, . . . எத்தனை உறுப்புகள் வரை கூட்ட A.P யின் கூடுதல் 78 கிடைக்கும்?

தீர்வு. $a = 24,\ d = 21 - 24 = -3,\ S_n = 78.$

ஒரு கூட்டுத் தொடரில்

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{n}{2}(2a + (n-1)d) \\ 78 &= \frac{n}{2}(48 + (n-1)(-3)) \\ 78 &= \frac{n}{2}(51 - 3n) \end{aligned}$$

அல்லது $3n^2 - 51n + 156 = 0$

$$\begin{aligned} n^2 - 17n + 52 &= 0 \\ (n-4)(n-13) &= 0 \\ n &= 4 \text{ அல்லது } 13 \end{aligned}$$

உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை 4 அல்லது 13.

10. $a_n = 3 + 2n$ என்ற பொது உறுப்பைக் கொண்ட முதல் 24 உறுப்புகளின் கூடுதல் காண்க.

தீர்வு.

$$\begin{aligned} a_n &= 3 + 2n \\ a_1 &= 3 + 2 = 5 \\ a_2 &= 3 + 2 \times 2 = 7 \\ a_3 &= 3 + 2 \times 3 = 9 \end{aligned}$$

எண் வரிசை 5, 7, 9, 11, . . .

இங்கு, $7 - 5 = 9 - 7 = 11 - 9 = 2$

இது ஒரு A .P $d = 2$.

$S_{24} = ?\ \ n = 24,\ a = 5,\ d = 2.$

$$S_{24} = \frac{24}{2}\,[2 \times 5 + (24-1) \times 2]$$

$$= 12\,[10 + 46] = 672.$$

$\therefore$ 24 உறுப்புகளின் கூடுதல் $= 672.$

◆

www.surabooks.com

அலகுத் தேர்வு

நேரம் : 45 நிமிடங்கள் **மதிப்பெண் : 25**

பிரிவு – அ (5 × 1 = 5)

1. யூக்ளிடின் வகுத்தல் துணைத் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி, எந்த மிகை முழுவின் கணத்தையும் 9 ஆல் வகுக்கும் போது கிடைக்கும் மீதிகள்

(1) 0, 1, 8 (2) 1, 4, 8
(3) 0, 1, 3 (4) 1, 3, 5

2. 1729 –ஐ பகாக் காரணிப்படுத்தும் போது, அந்தப் பகா எண்களின் அடுக்குகளின் கூடுதல்.

(1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4

3. 65 மற்றும் 117 –யின் மீ.பொ.வ –வை $65m - 117$ என்ற வடிவில் எழுதும்போது, m –ன் மதிப்பு

(1) 4 (2) 2 (3) 1 (4) 3

4. ஒரு கூட்டுத் தொடர் வரிசையில் முதல் உறுப்பு 1 மற்றும் பொது வித்தியாசம் 4. இந்தக் கூட்டுத் தொடர்வரிசையின் எத்தனை உறுப்புகளைக் கூட்டினால் அதன் கூடுதல் கிடைக்கும் 120?

(1) 6 (2) 7 (3) 8 (4) 9

5. $(1^3 + 2^3 + 3^3 + ... + 15^3)-(1 + 2 + 3 + ... + 15)$ யின் மதிப்பு

(1) 14400 (2) 14200
(3) 14280 (4) 14520

பிரிவு – ஆ (5 × 2 = 10)

1. 3 ஆல் வகுக்கும் போது மீதி 2 –ஐத் தரக்கூடிய அனைத்து மிகை முழுக்களையும் காண்க.

2. n ஓர் இயல் எண் எனில், n மதிப்புகளுக்கு 4^n ஆனது 6 என்ற இலக்கத்தைக் கொண்டு முடியும்?

3. முற்பகல் 7 மணிக்கு 100 மணி நேரத்திற்குப் பிறகு நேரம் என்ன?

4. $-11, -15, -19,...$ என்ற கூட்டுத் தொடர்வரிசையின் 19 –வது உறுப்பைக் காண்க.

5. முதல் n இயல் எண்களின் வர்க்கங்களின் கூடுதல் 285 மற்றும் முதல் n இயல் எண்களின் கனங்களின் கூடுதல் 2025 எனில் n –ன் மதிப்பு காண்க.

பிரிவு – இ (2 × 5 = 10)

6. சிவமணி ஒரு பணிக்கான நேர்காணலில் பங்கேற்கிறார். அந்நிறுவனம் அவருக்கு இரண்டு விதமான வாய்ப்புகளை வழங்குகிறது.

வாய்ப்பு A: முதல் மாத ஊதியம் ₹20,000 மற்றும் நிச்சயமான 6% ஆண்டு ஊதிய உயர்வு 5 ஆண்டுகளுக்கு.

வாய்ப்பு B: முதல் மாத ஊதியம் ₹22,000 மற்றும் நிச்சயமான 3% ஆண்டு ஊதிய உயர்வு 5 sஆண்டுகளுக்கு.

A மற்றும் B ஆகிய இரு வாய்ப்புகளிலும் அவருடைய நான்காவது வருட ஊதியம் எவ்வளவு?

7. குமார் தனது நான்கு நண்பர்களுக்கு கடிதம் எழுதுகிறார் மேலும் தனது நண்பர்களை அவர்கள் ஒவவொருவரும் நான்கு வெவ்வேறு நண்பர்களுக்குக் கடிதம் எழுதுமாறும் மற்றும் இந்தச் செயல்முறையைத் தொடருமாறும் கூறுகிறார். இந்தச் செயல்முறை தொடர்ச்சியாக நடைபெறுகின்றது. ஒரு கடிதத்திற்கான செலவு ₹2 எனில் 8 நிலைகள் வரை கடிதங்கள் அனுப்புவதற்கு ஆகும் மொத்த செலவைக் காண்க.

விடைகள்

பிரிவு – அ

1. (1) 0, 1, 8

2. (1) 1

3. (2) 2

4. (3) 8

5. (3) 14280

பிரிவு – ஆ

1. பார்க்க : பயிற்சி எண் 2.1 வினா எண். 1

2. பார்க்க : பயிற்சி எண் 2.2 வினா எண். 1

3. பார்க்க : பயிற்சி எண் 2.3 வினா எண். 5

4. பார்க்க : பயிற்சி எண் 2.5 வினா எண். 4

5. பார்க்க : பயிற்சி எண் 2.9 வினா எண். 5

பிரிவு – இ

6. பார்க்க : பயிற்சி எண் 2.7 வினா எண். 11

7. பார்க்க : பயிற்சி எண் 2.8 வினா எண். 8

www.surabooks.com