Namma Kalvi

சுராவின்

www.nammakalvi.in

கணக்கு

10ஆம் வகுப்பு

2019-20 ஆண்டுக்கான புதிய பாடத்திட்டம் மற்றும் புதிய பாடப்புத்தகத்தின்படி தயாரிக்கப்பட்டது

சிறப்பம்சங்கள்

- பாட நூலில் உள்ள பயிற்சி வினாக்களுக்கு முழுமையான, எளிமையான தீர்வுகள்.
- ஒவ்வோர் பாடத்திற்கும் நினைவில் கொள்ள வேண்டிய சூத்திரங்கள்.
- கூடுதலான பயிற்சி வினா விடைகள்.
- ஒவ்வொரு பாடத்தின் இறுதியிலும் அலகுத் தேர்வு வினாத்தாள்.

சுரா பப்ளிகேஷன்ஸ்
சென்னை

www.surabooks.com

அத்தியாயம் 1

உறவுகளும் சார்புகளும்

www.nammakalvi.in

www.surabooks.com

நினைவில் கொள்ள வேண்டிய சூத்திரங்கள்

- **குத்துக்கோட்டுச் சோதனை :**

  வளைவரையை ஒவ்வொரு குத்துக்கோடும் அதிக பட்சம் ஒரு புள்ளியில் வெட்டினால் அவ்வளைவரை ஒரு சார்பினைக் குறிக்கும்.

- **கிடைமட்டக்கோட்டுச் சோதனை :**

  வளைவரை ஒன்றுக்கொன்றான சார்பைக் குறித்தால், வரையப்படும் கிடைமட்டக்கோடு வளைவரையை அதிகபட்சமாக ஒரு புள்ளியில் மட்டுமே வெட்டும்.

- நேரியல் சமன்பாடுகள் குழுக் குறியியல் பயன்பாடுகளுக்கும், அறிவியல் மற்றும் தொழில்நுட்பத்தில் சில உட்பிரிவுகளிலும் பயன்படுகின்றன.

பயிற்சி 1.1

1. பின்வருவனவற்றிற்கு A × B, A × A மற்றும் B ×A ஐக் காண்க.

(i) A = {2,−2,3} மற்றும் B ={1,−4}
(ii) A= B ={p, q} (iii) A= {m, n} ; B = ϕ

தீர்வு. (i) A = {2, –2, 3}, B = {1, –4}

A × B = {(2, 1), (2, –4), (–2, 1), (–2, –4), (3, 1), (3, –4)}

A × A = {(2, 2), (2, –2), (2, 3), (–2, 2), (–2, –2), (–2, 3), (3, 2), (3, –2), (3, 3)}

B × A = {(1, 2), (1, –2), (1, 3), (–4, 2), (–4, –2), (–4, 3)}

(ii) A = B = {(p, q)

A × B = {$(p, p), (p, q), (q, p), (q, q)$}

A × A = {$(p, p), (p, q), (q, p), (q, q)$}

B × A = {$(p, p), (p, q), (q, p), (q, q)$}

(iii) A = {m,n} × ϕ

A × B = { }

A × A = {$(m,m), (m,n), (n, m), (n, n)$}

B × A = { }

2. A = {1, 2, 3}, மற்றும் B = {x | x என்பது 10-ஐ விடச் சிறிய பகா எண்} எனில், A × B மற்றும் B × A ஆகியவற்றைக் காண்க.

தீர்வு. A = {1, 2, 3}, B = {2, 3, 5, 7}

A × B = {(1, 2), (1, 3), (1, 5), (1, 7), (2, 2), (2, 3), (2, 5), (2, 7), (3, 2), (3, 3), (3, 5), (3, 7)}

B × A = {(2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (5, 1), (5, 2), (5, 3), (7, 1), (7, 2), (7, 3)}

3. B × A={(−2, 3),(−2, 4),(0, 3),(0, 4),(3, 3),(3, 4)} எனில், A மற்றும் B ஆகியவற்றைக் காண்க.

தீர்வு. B × A ={(–2, 3), (–2, 4), (0, 3), (0, 4), (3, 3), (3, 4)}

A = {3, 4), B = { –2, 0, 3}

4. A ={5, 6}, B = {4, 5, 6}, C ={5, 6, 7}எனில், A × A = (B × B)∩(C × C) எனக் காட்டுக.

தீர்வு. A = {5, 6}, B = {4, 5, 6},C = {5, 6, 7}

A × A = {(5, 5), (5, 6), (6, 5), (6, 6)} ...(1)

B × B = {(4, 4), (4, 5), (4, 6), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 4), (6, 5), (6, 6)} ...(2)

C × C = {(5, 5), (5, 6), (5, 7), (6, 5), (6, 6), (6, 7), (7, 5), (7, 6), (7, 7)} ...(3)

(B × B) ∩ (C × C) = {(5, 5), (5, 6), (6, 5), (6, 6)} ...(4)

(1) = (4)

A × A = (B × B) ∩ (C × C)

எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

5. A ={1, 2, 3}, B = {2, 3, 5}, C = {3, 4} மற்றும் D = {1, 3, 5}, எனில் (A∩C) × (B∩D) = (A×B) ∩ (C × D) என்பது உண்மையா என சோதிக்கவும்.

தீர்வு. LHS = {(A ∩ C) × (B ∩ D)

A ∩ C = {3}

B ∩ D = {3, 5}

(A ∩ C) × (B ∩ D) = {(3, 3) (3, 5)} ...(1)

RHS = (A × B) ∩ (C × D)

A × B = {(1,2),(1,3),(1,5),(2,2),(2,3), (2, 5), (3, 2), (3, 3), (3, 5)}

C × D ={(3, 1), (3, 3), (3, 5), (4, 1), (4, 3), (4, 5)}

(A × B) ∩ (C × D) = {(3, 3), (3, 5)} ...(2)

∴(1) = (2) எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

6. A={x ∈ 𝕎 |x < 2}, B = {x∈ ℕ |1 < x ≤ 4} மற்றும் C = {3, 5}எனில் கீழ்க் கொடுக்கப்பட்டுள்ள சமன்பாடுகளைச் சரிபார்க்க.

(i) A × (B∪C) =(A × B)∪(A × C)

(ii) A×(B∩C) = (A × B)∩(A × C)

(iii) (A∪B) × C = (A×C)∪(B × C)

(i) A × (B ∪ C) = (A × B) ∪ (A × C)

தீர்வு. A = {x ∈ 𝕎 |x < 2}= {0, 1}

B = {x∈ ℕ |1 < x ≤ 4}={2, 3, 4}

C = {3, 5}

LHS = A × (B ∪ C)

B ∪ C = {2, 3, 4} ∪ {3, 5} = {2, 3, 4, 5}

A × (B ∪ C) = {(0, 2), (0, 3), (0, 4), (0, 5), (1, 2), (1, 3), (1, 4),(1, 5)} ...(1)

RHS = (A × B) ∪(A × C)

(A × B) = {(0, 2), (0, 3), (0, 4), (1, 2), (1, 3), (1, 4)}

(A × C) = {(0, 3), (0, 5), (1, 3), (1,5)}

(A × B) ∪ (A × C)= {(0, 2), (0, 3), (0, 4), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (0, 5), (1, 5)} ...(2)

(1) = (2), LHS = RHS

எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

www.surabooks.com

(ii) $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$

$\text{LHS} = A \times (B \cap C)$

$(B \cap C) = \{3\}$

$A \times (B \cap C) = \{(0, 3), (1, 3)\}$ ...(1)

$\text{RHS} = (A \times B) \cap (A \times C)$

$(A \times B) = \{(0, 2), (\underline{0, 3}), (0, 4), (1, 2), (\underline{1, 3}), (1, 4)\}$

$(A \times C) = \{(\underline{0, 3}), (0, 5), (\underline{1, 3}), (1, 5)\}$

$(A \times B) \cap (A \times C) = \{(0, 3), (1, 3)\}$ ...(2)

$(1) = (2) \Rightarrow \text{LHS} = \text{RHS}.$

எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

(iii) $(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$

$\text{LHS} = (A \cup B) \times C$

$A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$

$(A \cup B) \times C = \{(0, 3), (0, 5), (1, 3), (1, 5), (2, 3), (2, 5), (3, 3), (3, 5), (4, 3), (4, 5)\}$ (1)

$\text{RHS} = (A \times C) \cup (B \times C)$

$(A \times C) = \{(0, 3), (0, 5), (1, 3), (1, 5)\}$

$(B \times C) = \{(2, 3), (2, 5), (3, 3), (3, 5), (4, 3), (4, 5)\}$

$(A \times C) \cup (B \times C) = \{(0, 3), (0, 5), (1, 3), (1, 5), (2, 3), (2, 5), (3, 3), (3, 5), (4, 3), (4, 5)\}$ ...(2)

$(1) = (2)$

$\therefore \text{LHS} = \text{RHS}.$ எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

7. A என்பது 8–ஐ விடக் குறைவான இயல் எண்களின் கணம், B என்பது 8–ஐ விடக் குறைவான பகா எண்களின் கணம் மற்றும் C என்பது இரட்டைப்படை பகா எண்களின் கணம் எனில், கீழ்க்கண்டவற்றைச் சரிபார்க்க.

(i) $(A \cap B) \times C = (A \times C) \cap (B \times C)$

(ii) $A \times (B - C) = (A \times B) - (A \times C)$

தீர்வு.

$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

$B = \{2, 3, 5, 7\}$

$C = \{2\}$

(i) $(A \cap B) \times C = (A \times C) \cap (B \times C)$

$\text{LHS} = (A \cap B) \times C$

$A \cap B = \{2, 3, 5, 7\}$

$(A \cap B) \times C = \{(2, 2), (3, 2), (5, 2), (7, 2)\}$ ...(1)

$\text{RHS} = (A \times C) \cap (B \times C)$

$(A \times C) = \{(1,2), (\underline{2,2}), (\underline{3,2}), (4,2), (\underline{5,2}), (6, 2), (\underline{7, 2})\}$

$(B \times C) = \{(\underline{2, 2}), (\underline{3, 2}), (\underline{5, 2}), (\underline{7, 2})\}$

$(A \times C) \cap (B \times C) = \{(2, 2), (3, 2), (5, 2), (7, 2)\}$ ...(2)

$(1) = (2)$

$\therefore \text{LHS} = \text{RHS}.$ எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

(ii) $A \times (B - C) = (A \times B) - (A \times C)$

$\text{LHS} = A \times (B - C)$

$(B - C) = \{3, 5, 7\}$

$A \times (B - C) = \{(1, 3), (1, 5), (1, 7), (2, 3), (2, 5), (2, 7), (3, 3), (3, 5), (3, 7), (4, 3), (4, 5), (4, 7), (5, 3), (5, 5), (5, 7), (6, 3), (6, 5), (6, 7), (7, 3), (7, 5), (7, 7)\}$ ...(1)

$\text{RHS} = (A \times B) - (A \times C)$

$(A \times B) = \{(1, 2), (1, 3), (1, 5), (1, 7), (2, 2), (2, 3), (2, 5), (2, 7), (3, 2), (3, 3), (3, 5), (3, 7), (4, 2), (4, 3), (4, 5), (4, 7), (5, 2), (5, 3), (5, 5), (5, 7), (6, 2), (6, 3), (6, 5), (6, 7), (7, 2), (7, 3), (7, 5), (7,7)\}$

$(A \times C) = \{(1,2), (2,2), (3,2), (4,2), (5,2), (6, 2), (7, 2)\}$

$(A \times B) - (A \times C) = \{(1, 3), (1, 5), (1, 7), (2, 3), (2, 5), (2, 7), (3, 3), (3, 5), (3, 7), (4, 3), (4, 5), (4, 7), (5, 3), (5, 5), (5, 7), (6, 3), (6, 5), (6, 7), (7, 3), (7, 5), (7, 7)\}$ ...(2)

$(1) = (2) \Rightarrow \text{LHS} = \text{RHS}.$

எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

பயிற்சி 1.2

1. $A = \{1,2,3,7\}$ மற்றும் $B = \{3,0,-1,7\}$. எனில் பின்வருவனவற்றில் எவை A-லிருந்து B-க்கான உறவுகளாகும்?

(i) $\mathbb{R}_1 = \{(2,1), (7,1)\}$

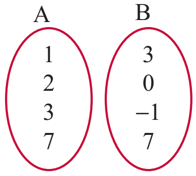
(ii) $\mathbb{R}_2 = \{(-1,1)\}$

(iii) $\mathbb{R}_3 = \{(2,-1), (7,7), (1,3)\}$

(iv) $\mathbb{R}_4 = \{(7,-1), (0,3), (3,3), (0,7)\}$

தீர்வு. (i) $A = \{1, 2, 3, 7\}, B = \{3, 0, -1, 7\}$

$R_1 = \{(2, 1), (7, 1)\}$



www.Surabooks.com

தீர்வு. B-ல் 1 என்ற உறுப்பு இல்லாததால் இது உறவு இல்லை

(ii) $R_2 = \{(-1, 1)\}$

இதுவும் உறவு இல்லை. $[\because -1 \notin A, 1 \notin B]$

(iii) $R_3 = \{(2, -1), (7, 7), (1, 3)\}$

இது உறவு ஆகும்.

(iv) $R_4 = \{(7, -1), (0, 3), (3, 3), (0, 7)\}$

இதுவும் உறவு இல்லை. $[\because 0 \notin A]$

2. **A={1, 2, 3, 4,...,45} மற்றும் R என்ற உறவு "A – யின் மீது ஓர் எண்ணின் வர்க்கம் என வரையறுக்கப்பட்டால். ℝ–ஐ A×A–யின் உட்கணமாக எழுதுக. ℝ –க்கான மதிப்பகத்தையும், வீச்சகத்தையும் காண்க.**

தீர்வு. A = {1, 2, 3, 4, . . . 45}, A×A = {(1,1) (2,2)........ (45, 45)}

R – 'A -யின் மீது ஓர் எண்ணின் வர்க்கம்'

R = {(1, 1), (2, 4), (3, 9), (4, 16), (5, 25), (6, 36)}

$R \subset (A \times A)$

R ன் மதிப்பகம் = {1, 2, 3, 4, 5, 6}

R ன் வீச்சகம் = {1, 4, 9, 16, 25, 36}

3. **ℝ என்ற ஒரு உறவு $\{(x, y) / y = x + 3, x \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}\}$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இதன் மதிப்பகத்தையும், வீச்சகத்தையும் கண்டறிக.**

தீர்வு.

$x = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

$y = x + 3$

$$\text{i.e. } y = \begin{Bmatrix} (0+3)=3 \\ (1+3)=4 \\ (2+3)=5 \\ (3+3)=6 \\ (4+3)=7 \\ (5+3)=8 \end{Bmatrix}$$

$\Rightarrow \quad y = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

$\mathbb{R} = \{(x, y)\}$

$= \{(0, 3),(1, 4),(2, 5),(3, 6), (4, 7), (5, 8)\}$

∴ R ன் மதிப்பகம் = {0, 1, 2, 3, 4, 5}

R ன் வீச்சகம் = {3, 4, 5, 6, 7, 8}

4. **கொடுக்கப்பட்ட உறவுகள் ஒவ்வொன்றையும் (1) அம்புக்குறி படம் (2) வரைபடம் (3) பட்டியல் முறையில் குறிக்க.**

(i) $\{(x, y) | x = 2y, x \in \{2, 3, 4, 5\}, y \in \{1, 2, 3, 4\}$

(ii) $\{(x, y) | y = x + 3$, x, y ஆகியவை இயல் எண்கள் < 10}

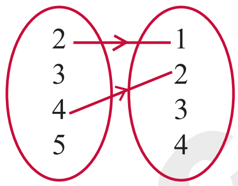
தீர்வு. (i) $\{(x, y) | x = 2y, x \in \{2, 3, 4, 5\}, y \in \{1, 2, 3, 4\}\}$

$R = (x = 2y)$

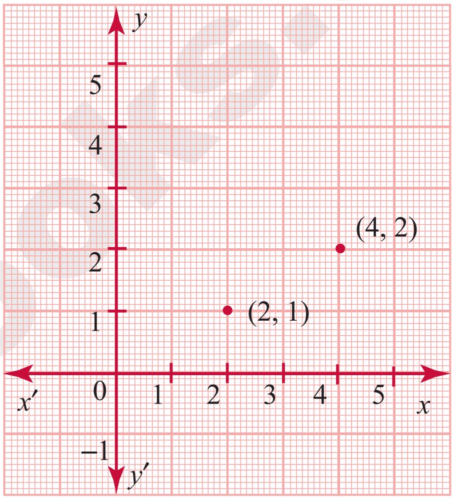
$2 = 2 \times 1 = 2$

$4 = 2 \times 2 = 4$

(a) அம்புக்குறி வரைபடம்



(b) வரைபடம்



(c) பட்டியல் முறை

{(2, 1), (4, 2)}

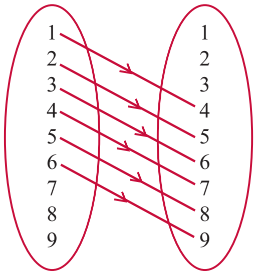
(ii) $\{(x, y) | y = x + 3$, x, y ஆகியவை இயல் எண்கள் < 10}

$x = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ $\quad R = (y = x + 3)$

$y = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

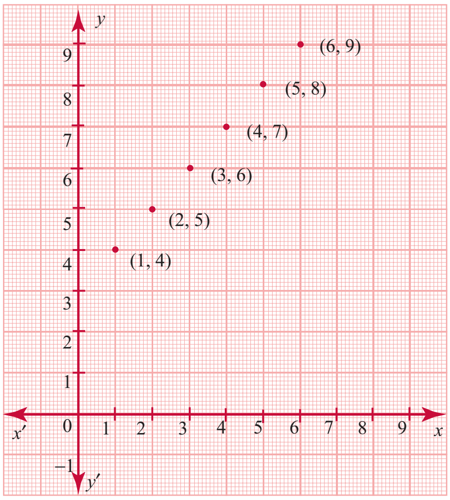
R = {(1, 4), (2, 5), (3, 6), (4, 7), (5, 8), (6, 9)}

(a) அம்புக்குறி வரைபடம்



www.surabooks.com

(b) வரைபடம்.



(c) பட்டியல் முறை.

R = {(1, 4), (2, 5), (3, 6), (4, 7), (5, 8), (6, 9)}

5. **ஒரு நிறுவனத்தில் உதவியாளர்கள் (A), எழுத்தர்கள் (C), மேலாளர்கள் (M) மற்றும் நிர்வாகிகள் (E). ஆகிய நான்கு பிரிவுகளில் பணியாளர்கள் உள்ளனர் A, C, M மற்றும் E பிரிவு பணியாளர்களுக்கு ஊதியங்கள் முறையே ₹10,000, ₹25,000, ₹50,000 மற்றும் ₹1,00,000 ஆகும். A_1, A_2, A_3, A_4 மற்றும் A_5 ஆகியோர் உதவியாளர்கள்; C_1, C_2, C_3, C_4 ஆகியோர் எழுத்தர்கள்; M_1, M_2, M_3 ஆகியோர்கள் மேலாளர்கள் மற்றும் E_1, E_2 ஆகியோர் நிர்வாகிகள் ஆவர் $x \mathbb{R} y$ என்ற உறவில் x என்பது y என்பவருக்கு கொடுக்கப்பட்ட ஊதியம் எனில் $\mathbb{R}$ என்ற உறவை , வரிசைச் சோடிகள் மூலமாகவும் அமபுக்குறி படம் மூ லமாவும் குறிப்பிடுக.**

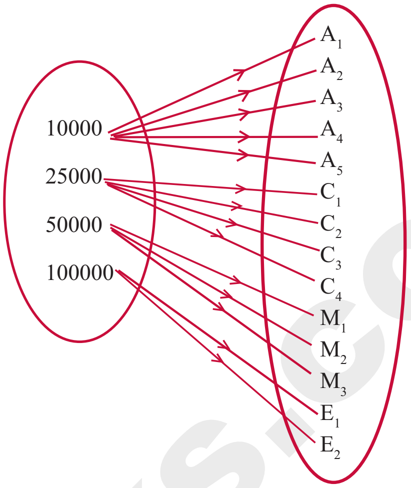
தீர்வு.

A – உதவியாளர்கள் → A_1, A_2, A_3, A_4, A_5
C – எழுத்தர்கள் → C_1, C_2, C_3, C_4
D – மேலாளர்கள் → M_1, M_2, M_3
E – நிர்வாகிகள் → E_1, E_2

வரிசைச் சோடி :

R = {(10,000, A_1), (10,000, A_2), (10,000, A_3), (10,000, A_4), (10,000, A_5), (25,000, C_1), (25,000, C_2), (25,000, C_3), (25,000, C_4), (50,000, M_1), (50,000, M_2), (50,000, M_3), (1,00,000, E_1), (1,00,000, E_2)}

அம்புக்குறி படம் :



பயிற்சி 1.3

1. **$f = \{(x, y) | x, y \in \mathbb{N}$ மற்றும் $y = 2x\}$ ஆனது $\mathbb{N}$-ன் மீதான ஓர் உறவு என்க. மதிப்பகம், துணை மதிப்பகம் மற்றும் வீச்சகத்தைக் காண்க. இந்த உறவு சார்பாகுமா?**

தீர்வு. $f = \{(x, y) | x, y \in \mathbb{N}$ மற்றும் $y = 2x\}$

$x = \{1, 2, 3, \ldots\}$

$y = \{1 \times 2, 2 \times 2, 3 \times 2, 4 \times 2, 5 \times 2 \ldots\}$

R = {(1, 2), (2, 4), (3, 6), (4, 8), (5, 10),...}

R-ன் மதிப்பகம் = {1, 2, 3, 4,...}

துணை மதிப்பகம் = {1,2,3,.....}

R-ன் வீச்சகம்= {2, 4, 6, 8, 10,...}

ஆம், இந்த உறவு ஒரு சார்பாகும்.

2. **X = {3, 4, 6, 8} என்க. $\mathbb{R} = \{(x, f(x)) | x \in X, f(x) = x^2 + 1\}$ என்ற உறவானது X –லிருந்து $\mathbb{N}$ –க்கு ஒரு சார்பாகுமா ?**

தீர்வு. $x = \{3, 4, 6, 8\}$

$R = \{(x, f(x)) | x \in X, f(x) = x^2 + 1\}$

$f(x) = x^2 + 1$

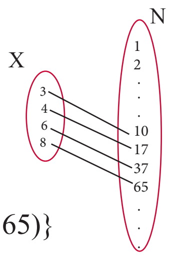
$f(3) = 3^2 + 1 = 10$

$f(4) = 4^2 + 1 = 17$

$f(6) = 6^2 + 1 = 37$

$f(8) = 8^2 + 1 = 65$

R = {(3, 10), (4, 17), (6, 37), (8, 65)}



ஆம், இது ஒரு சார்பாகும்.

www.surabooks.com

3. கொடுக்கப்பட்ட சார்பு $f : x \to x^2 - 5x + 6$, எனில்,

(i) $f(-1)$ (ii) $f(2a)$

(iii) $f(2)$ (iv) $f(x-1)$

ஆகியவற்றை மதிப்பிடுக.

தீர்வு. கொடுக்கப்பட்டுள்ள சார்பு $f : x \to x^2 - 5x + 6$.

(i) $f(-1) = (-1)^2 - 5(-1) + 6 = 1 + 5 + 6 = 12$

(ii) $f(2a) = (2a)^2 - 5(2a) + 6 = 4a^2 - 10a + 6$

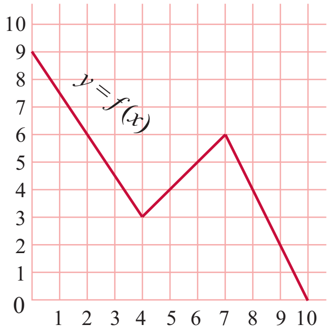
(iii) $f(2) = 2^2 - 5(2) + 6 = 4 - 10 + 6 = 0$

(iv) $f(x-1) = (x-1)^2 - 5(x-1) + 6$

$= x^2 - 2x + 1 - 5x + 5 + 6$

$= x^2 - 7x + 12$

4. கொடுக்கப்பட்ட வரைபடத்தில் $f(x)$ –ன் மூலமாக $f(9) = 2$ என்பது தெளிவாகிறது.



(i) பின்வரும் சார்புகளின் மதிப்புகளைக் காண்க

(அ) $f(0)$ (ஆ) $f(7)$

(இ) $f(2)$ (ஈ) $f(10)$

(ii) x எம்மதிப்பிற்கு $f(x) = 1$ ஆக இருக்கும்?

(iii) $f(x)$–யின் (1) மதிப்பகம் (2) வீச்சகம் காண்க.

(iv) f என்ற சார்பில் 6–ன் நிழல் உரு என்ன?

தீர்வு. வரைபடத்திலிருந்து

(i) (அ) $f(0) = 9$ (இ) $f(2) = 6$

(ஆ) $f(7) = 6$ (ஈ) $f(10) = 0$

(ii) At $x = 9.5, f(x) = 1$

(iii) $f(x)$ -ன் மதிப்பகம்

$= \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

$= \{x \mid 0 \le x \le 10, x \in \mathbb{R}\}$

$f(x)$ -ன் வீச்சகம் $= \{x \mid 0 \le x \le 9, x \in \mathbb{R}\}$

$= \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

(iv) f என்ற சார்பில் 6-ன் நிழல் உரு 5.

5. $f(x) = 2x + 5$ என்க. $x \neq 0$ எனில், $\dfrac{f(x+2) - f(2)}{x}$ –ஐக் காண்க.

தீர்வு. கொடுக்கப்பட்டது, $f(x) = 2x + 5, x \neq 0$.

$$\frac{f(x+2) - f(2)}{x}$$

$f(x) = 2x + 5$

$\Rightarrow f(x+2) = 2(x+2) + 5$

$= 2x + 4 + 5 = 2x + 9$

$\Rightarrow f(2) = 2(2) + 5 = 4 + 5 = 9$

$$\therefore \frac{f(x+2) - f(2)}{x} = \frac{2x+9-9}{x} = \frac{2x}{x} = 2$$

6. ஒரு சார்பு f ஆனது $f(x) = 2x - 3$ என வரையறுக்கப்பட்டால்

(i) $\dfrac{f(0) + f(1)}{2}$ –ஐக் காண்க.

(ii) $f(x) = 0$. எனும்பொழுது, x ஐக் காண்க

(iii) $f(x) = x$ எனில் x ஐக் காண்க

(iv) $f(x) = f(1 - x)$ எனில் x ஐக் காண்க.

தீர்வு. கொடுக்கப்பட்டது, $f(x) = 2x - 3$

(i) $\dfrac{f(0) + f(1)}{2}$

$f(0) = 2(0) - 3 = -3$

$f(1) = 2(1) - 3 = -1$

$$\therefore \frac{f(0) + f(1)}{2} = \frac{-3-1}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$

(ii) $f(x) = 0$

$\Rightarrow 2x - 3 = 0$

$2x = 3$

$x = \dfrac{3}{2}$

(iii) $f(x) = x$

$\Rightarrow 2x - 3 = x \Rightarrow 2x - x = 3$

$x = 3$

(iv) $f(x) = f(1 - x)$

$2x - 3 = 2(1 - x) - 3$

$2x - 3 = 2 - 2x - 3$

$2x + 2x = 2 - \cancel{3} + \cancel{3}$

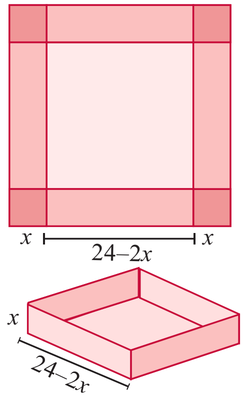
$4x = 2$

$x = \dfrac{\cancel{2}}{\cancel{4}\,2}$

$x = \dfrac{1}{2}$

www.surabooks.com

7. **24 செ.மீ பக்க அளவுள்ள சதுர வடிவத் துண்டிலிருந்து நான்கு மூலைகளிலும் சம அளவுள்ள சதுரங்களை வெட்டி படத்தில் உள்ளவாறு மேல்புறம் திறந்த ஒரு பெட்டி செய்யப்படுகிறது இந்தப் பெட்டியின் கன அளவு V எனில் V –ஐ x –ன் சார்பாகக் குறிப்பிடுக.**



தீர்வு. பெட்டியின் கன அளவு = நீளம் × அகலம் × உயரம்

$= l \times b \times h$ கண மூலங்கள்

இங்கு $l = 24 - 2x$

$b = 24 - 2x$

$h = x$

$\therefore V = (24 - 2x)(24 - 2x) \times x$

$= (576 - 48x - 48x + 4x^2)x$

$V = 4x^3 - 96x^2 + 576x$

8. **f என்ற சார்பு $f(x) = 3 - 2x$ என வரையறுக்கப்படுகிறது. $f(x^2) = (f(x))^2$ எனில் x –ஐக் காண்க.**

தீர்வு.

$f(x) = 3 - 2x$

$f(x^2) = 3 - 2x^2$

$(f(x))^2 = (3 - 2x)^2 = 9 - 12x + 4x^2$

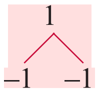
$f(x^2) = (f(x))^2 \Rightarrow 3 - 2x^2 = 9 - 12x + 4x^2$

$6x^2 - 12x + 6 = 0 \; [\div 6]$

$x^2 - 2x + 1 = 0$

$(x - 1)(x - 1) = 0$

$x = 1, 1$



9. **ஒரு விமானம் 500 கி.மீ/மணி வேகத்தில் பறக்கிறது. விமானம் 'd' தோலைவவு செல்வதற்கு ஆகும் காலத்தை t (மணியில்) –ன் சார்பாக வெளிப்படுத்துக.**

தீர்வு. வேகம் $= \dfrac{\text{கடந்த தூரம்}}{\text{எடுத்துக்கொண்ட நேரம்}}$

$\Rightarrow$ கடந்த தூரம் = வேகம் × நேரம்

$\Rightarrow d = 500 \times t$ [$\because$ நேரம் $= t$ மணி]

$\Rightarrow d = 500\, t.$

10. **அட்டவணையில் பெண்களின் முன்னங்கைகளின் நீளம் மற்றும் அதனுடன் தொடர்புடைய உயரங்களின் தகவல்கள் வழங்கப்பட்டுள்ளன. அந்த விவரங்களின் அடிப்படையில் ஒரு மாணவர், உயரம் (y) மற்றும் முன்னங்கை நீளம் (x) –க்கான உறவை $y = ax + b$ எனக் கண்டுபிடித்தார் இங்கு a மற்றும் b ஆகியவை மாறிலிகள்.**

முன்னங்கைகளின் நீளம் (செ.மீ) 'x'	உயரம் (அங்குலம்) 'y'
35	56
45	65
50	69.5
55	74

(i) இந்த உறவானது சார்பாகுமா என ஆராய்க.

(ii) a மற்றும் b –ஐக் காண்க.

(iii) முன்னங்கைகளின் நீளம் 40 செ.மீ எனில் அந்தப் பெண்ணின் உயரத்தைக் காண்க.

(iv) உயரம் 53.3 அங்குலம் எனில் அந்தப் பெண்ணின், முன்னங்கையின் நீளத்தைக் காண்க.

தீர்வு. (i) கொடுக்கப்பட்டது $y = ax + b$ ...(1)

வரிசைச் சோடிகள் R = { (35, 56) (45, 65) (50, 69.5) (55, 74)}

∴ ஆகையால் இந்த உறவு ஒரு சார்பாகும்.

(ii) ஏதேனும் இரு வரிசைச் சோடிகளை $\underset{x\;\;\;y}{(35, 56)}$ $\underset{x\;\;\;y}{(45, 65)}$

(1) ல் பிரதியிட கிடைப்பது

$65 = 45a + b$ ....(2)

$\underline{\overset{-}{}56 = \overset{-}{35a} + \overset{-}{b}}$ ....(3)

$a = \dfrac{9}{10} = 0.9$ஐ கழிக்க $9 = 10a$

$a = 0.9$ என (2) ல் பிரதியிட கிடைப்பது

www.surabooks.com

$\Rightarrow 65 = 45\,(.9) + b$

$\Rightarrow 65 = 40.5 + b$

$\Rightarrow b = 65 - 40.5$

$\Rightarrow b = 24.5$

$\therefore a = 0.9,\ b = 24.5$

$\therefore y = 0.9x + 24.5$ ...(4)

(iii) கொடுக்கப்பட்டது $x = 40$, $y = ?$

$\therefore (4) \rightarrow y = 0.9\,(40) + 24.5$

$\Rightarrow y = 36 + 24.5$

$\Rightarrow y = 60.5$ அங்குலம்

(iv) கொடுக்கப்பட்டது $y = 53.3$ அங்குலம், $x = ?$

$$(4) \rightarrow 53.3 = 0.9x + 24.5$$

$$\Rightarrow 53.3 - 24.5 = 0.9x$$

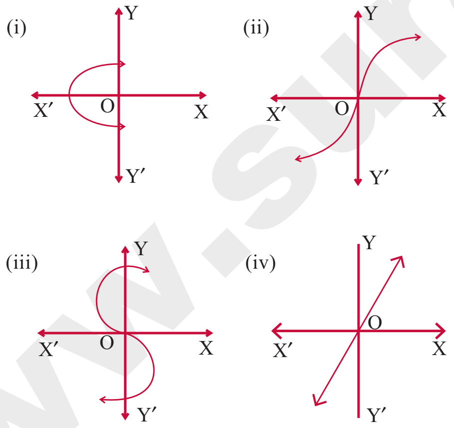
$$28.8 = 0.9x$$

$$x = \frac{28.8}{0.9} = 32 \text{ செ.மீ}$$

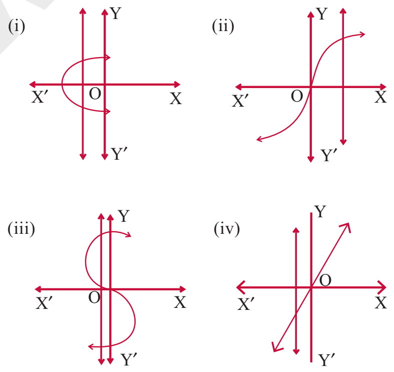
$\therefore y = 53.3$ அங்குலம் எனில், $x = 32$ செ.மீ

பயிற்சி 1.4

1. கீழே கொடுக்கப்பட்ட வரைபடங்கள் சார்பைக் குறிக்கின்றனவா எனத் தீர்மானிக்கவும் விடைகளுக்கான காரணத்தையும் கொடுக்கவும்.



தீர்வு.



(i) குத்துக் கோடு வரைபடத்தில் வளைவரையை இரு புள்ளிகளில் வெட்டுவதால் இது ஒரு சார்பினைக் குறிக்காது.

(ii) குத்துக்கோடு வளைவரையை ஒரே புள்ளியில் வெட்டுவதால் இது சார்பாகும்.

(iii) சார்பு இல்லை வளைவரை குத்துக்கோட்டை 3 புள்ளிகளில் சந்திக்கிறது.

(iv) வளைவரை குத்துக்கோட்டை ஒரு புள்ளியில் சந்திக்கிறது.

2. $f : A \rightarrow B$ என்ற சார்பானது $f(x) = \frac{x}{2} - 1$ என வரையறுக்கப்படுகிறது. இங்கு, $A = \{2, 4, 6, 10, 12\}$, $B = \{0, 1, 2, 4, 5, 9\}$ஆக இருக்கும் பொழுது சார்பு f–ஐ பின்வரும் முறைகளில் குறிக்க.

(i) வரிசைச் சோடிகளின் கணம்.

(ii) அட்டவணை

(iii) அம்புக்குறி படம்

(iv) வரைபடம்

தீர்வு. $f : A \rightarrow B$

$A = \{2, 4, 6, 10, 12\}$, $B = \{0, 1, 2, 4, 5, 9\}$

$$f(x) = \frac{x}{2} - 1,$$

$$f(2) = \frac{2}{2} - 1 = 0$$

$$f(4) = \frac{4}{2} - 1 = 1$$

$$f(6) = \frac{6}{2} - 1 = 2$$

$$f(10) = \frac{10}{2} - 1 = 4$$

$$f(12) = \frac{12}{2} - 1 = 5$$

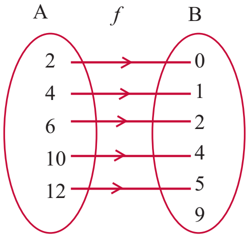
(i) வரிசைச் சோடிகளின் கனம்.

$= \{(2, 0), (4, 1), (6, 2), (10, 4), (12, 5)\}$

(ii) அட்டவணை.

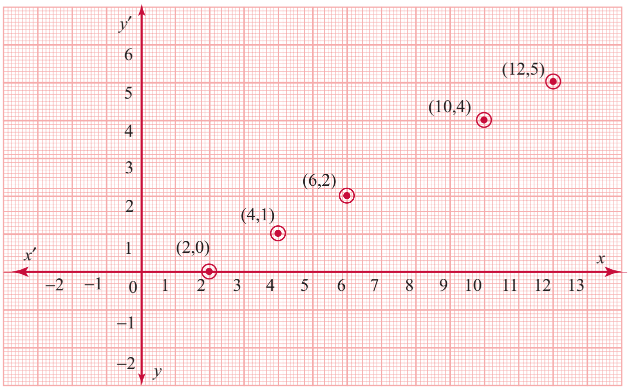
x	2	4	6	10	12
$f(x)$	0	1	2	4	5

(iii) அம்புக்குறி படம்



www.surabooks.com

(iv) வரைபடம்.



3. f = {(1,2), (2,2), (3,2), (4,3), (5,4)} என்ற சார்பினை

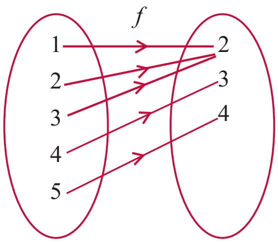
(i) அம்புக்குறி படம்

(ii) அட்டவணை

(iii) வரைபடம் மூலமாகக் குறிக்கவும்.

தீர்வு. $f = \{(1, 2), (2, 2), (3, 2), (4, 3), (5, 4)\}$

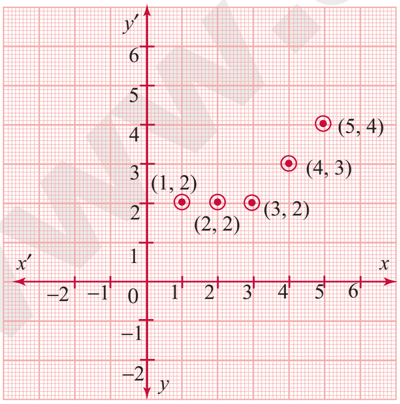
(i) அம்புக்குறி படம்.



(ii) அட்டவணை.

x	1	2	3	4	5
$f(x)$	2	2	2	3	4

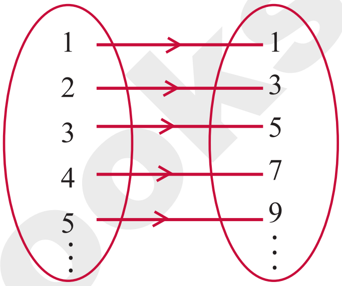
(iii) வரைபடம்.



4. $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ என்ற சார்பு $f(x) = 2x - 1$ என வரையறுக்கப்பட்டால் அது ஒன்றுக்கு ஒன்றான ஆனால் மேல்சார்பு இல்லை எனக் காட்டுக.

தீர்வு. $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$

$$f(x) = 2x - 1$$
$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, ...\}$$
$$f(1) = 2(1) - 1 = 1$$
$$f(2) = 2(2) - 1 = 3$$
$$f(3) = 2(3) - 1 = 5$$
$$f(4) = 2(4) - 1 = 7$$
$$f(5) = 2(5) - 1 = 9$$



$\mathbb{N}$ –ன் வெவ்வேறு உறுப்புகளுக்குத் துணை மதிப்பகத்தில் வெவ்வேறு நிழல் உருக்கள் உள்ளன எனவே $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ ஓர் ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பாகும்

வீச்சு = {1,3,5,7,9,...}

துணை மதிப்பகம் = {1,2,3,....}

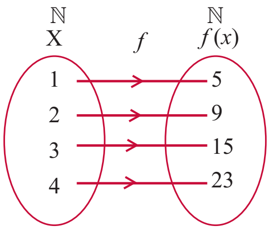
f –ன் வீச்சகமானது f –ன் துணை மதிப்பகத்திற்கு சமமாக இல்லை. எனவே இந்த சார்பு மேல் சார்பு அல்ல.

5. $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ என்ற சார்பு $f(m) = m^2 + m + 3$ என வரையறுக்கப்பட்டால் அது ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பு எனக் காட்டுக.

தீர்வு. $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$

$$f(m) = m^2 + m + 3$$
$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, \ldots\}, m \in \mathbb{N}$$
$$f(m) = m^2 + m + 3$$
$$f(1) = 1^2 + 1 + 3 = 5$$
$$f(2) = 2^2 + 2 + 3 = 9$$
$$f(3) = 3^2 + 3 + 3 = 15$$
$$f(4) = 4^2 + 4 + 3 = 23$$

www.surabooks.com



X-ன் வெவ்வேறு உறுப்புகளுக்குத் துணை மதிப்பகத்தில் வெவ்வேறு நிழல் உருக்கள் உள்ளன. எனவே $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ ஓர் ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பாகும்.

6. A ={1, 2, 3, 4} மற்றும் B = ℕ என்க. மேலும் $f : A \to B$ ஆனது $f(x) = x^3$ என வரையறுக்கப்படுகிறது எனில்,

(i) f –ன் வீச்சகத்தைக் காண்க.

(ii) f எவ்வகை சார்பு எனக் காண்க

தீர்வு. A = {1, 2, 3, 4}

B = ℕ

$f : A \to B, f(x) = x^3$

(i) $f(1) = 1^3 = 1$

$f(2) = 2^3 = 8$

$f(3) = 3^3 = 27$

$f(4) = 4^3 = 64$

(ii) f-ன் வீச்சகம் = {1, 8, 27, 64,......}

(iii) ஒன்றுக்கொன்று மற்றும் உள்நோக்கிய சார்பு

7. கீழே கொடுக்கப்பட்ட ஒவ்வொரு சார்பும் இருபுறச் சார்பா, இல்லையா? உன் விடைக்கான காரணத்தைக் கூறுக.

(i) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ஆனது $f(x) = 2x + 1$

(ii) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ஆனது $f(x) = 3 - 4x^2$

தீர்வு. (i) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

$f(x) = 2x + 1$

$f(1) = 2(1) + 1 = 3$

$f(2) = 2(2) + 1 = 5$

$f(-1) = 2(-1) + 1 = -1$

$f(0) = 2(0) + 1 = 1$

இது ஒரு இருபுறச் சார்பு. R-ன் வெவ்வேறு உறுப்புகளுக்கு துணை மதிப்பகத்தில் வெவ்வேறு நிழல் உருக்கள் உள்ளன. துணை மதிப்பகத்தில் உள்ள ஒவ்வொரு உறுப்பிற்கும் முன் உரு உள்ளது.

(ii) $f : R \to R; f(x) = 3 - 4x^2$

$f(1) = 3 - 4(1^2) = 3 - 4 = -1$

$f(2) = 3 - 4(2^2) = 3 - 16 = -13$

$f(-1) = 3 - 4(-1)^2 = 3 - 4 = -1$

ஒன்றுக்கொன்று இல்லாததால் இருபுறச் சார்பு இல்லை.

8. A = {−1, 1}மற்றும் B ={0, 2} என்க. மேலும் $f : A \to B$ ஆனது $f(x) = ax + b$ மற்றும் $f(-1) = 0$, $f(1) = 2$ என வரையறுக்கப்பட்ட மேல் சார்பு எனில், a மற்றும் b –ஐக் காண்க.

தீர்வு. A = {−1, 1}, B = {0, 2}

$f : A \to B, f(x) = ax + b$

$f(-1) = a(-1) + b = -a + b$

$f(1) = a(1) + b = a + b$

f(x) மேல் சார்பு ஆதலால், $f(-1) = 0$

$\Rightarrow -a + b = 0$ ...(1)

மற்றும் $f(1) = 2$

$a + b = 2$ ...(2)

$-a + b = 0$

$a + b = 2$

$2b = 2$

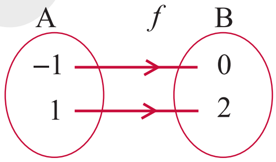
$b = 1$

$\therefore (2) \Rightarrow a + 1 = 2$

$a = 2 - 1$

$a = 1$

$\therefore a = 1, b = 1$



9. f என்ற சார்பானது $f(x) = \begin{cases} x+2 & \text{if } x > 1 \\ 2 & \text{if } -1 \le x \le 1 \\ x-1 & \text{if } -3 < x < -1 \end{cases}$ என வரையறுக்கப்பட்டால்

(i) f(3) (ii) f(0)

(iii) f(−1.5) (iv) f (2) + f(−2)

ஆகியவற்றின் மதிப்புகளைக் காண்க.

தீர்வு. (i) $f(3) \Rightarrow f(x) = x + 2 \Rightarrow 3 + 2 = 5$

(ii) $f(0) \Rightarrow 2$

(iii) $f(-1.5) = x - 1$

$= -1.5 - 1 = -2.5$

(iv) $f(2) + f(-2)$

$f(2) = 2 + 2 = 4 \quad [\because f(x) = x + 2]$

$f(-2) = -2 - 1 = -3 \quad [\because f(x) = x - 1]$

$f(2) + f(-2) = 4 - 3 = 1$

www.surabooks.com

10. $f : [-5, 9] \rightarrow \mathbb{R}$ **என்ற சார்பானது பின்வருமாறு வரையறுக்கப்படுகிறது.**

$$f(x) = \begin{cases} 6x+1 & \text{if } -5 \le x < 2 \\ 5x^2 - 1 & \text{if } 2 \le x < 6 \\ 3x - 4 & \text{if } 6 \le x \le 9 \end{cases}$$

என வரையறுக்கப்படுகிறது எனில் பின்வருவனவற்றைக் காண்க.

(i) $f(-3) + f(2)$ (ii) $f(7) - f(1)$

(iii) $2f(4) + f(8)$ (iv) $\dfrac{2f(-2) - f(6)}{f(4) + f(-2)}$

தீர்வு. $f : [-5, 9] \rightarrow \mathbb{R}$

(i) $f(-3) + f(2)$

$$f(-3) = 6x + 1 = 6(-3) + 1 = -17$$
$$f(2) = 5x^2 - 1 = 5(2^2) - 1 = 19$$
$$\therefore f(-3) + f(2) = -17 + 19 = 2$$

(ii) $f(7) - f(1)$

$$f(7) = 3x - 4 = 3(7) - 4 = 17$$
$$f(1) = 6x + 1 = 6(1) + 1 = 7$$
$$f(7) - f(1) = 17 - 7 = 10$$

(iii) $2f(4) + f(8)$

$$f(4) = 5x^2 - 1 = 5 \times 4^2 - 1 = 79$$
$$f(8) = 3x - 4 = 3 \times 8 - 4 = 20$$
$$\therefore 2f(4) + f(8) = 2 \times 79 + 20 = 178$$

(iv) $\dfrac{2f(-2) - f(6)}{f(4) + f(-2)}$

$$f(-2) = 6x + 1 = 6(-2) + 1 = -11$$
$$f(6) = 3x - 4 = 3(6) - 4 = 14$$
$$f(4) = 5x^2 - 1 = 5(4^2) - 1 = 79$$
$$f(-2) = 6x + 1 = 6(-2) + 1 = -11$$
$$\frac{2f(-2) - f(6)}{f(4) + f(-2)} = \frac{2(-11) - 14}{79 + (-11)} = \frac{-22 - 14}{68}$$
$$= \frac{-36}{68} = \frac{-9}{17}$$

11. **புவியீர்ப்பு விசையின் காரணமாக t வினாடிகளில் ஒரு பொருள் கடக்கும் தூரமானது $S(t) = \frac{1}{2}gt^2 + at + b$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது, இங்கு a, b ஆகியவை மாறிலிகள். (g ஆனது புவிஈர்ப்பு விசையின் காரணமாக ஏற்படும் முடுக்கம்), S (t) ஆனது ஒன்றுக்கொன்றான சார்பாகுமா என ஆராய்க.**

தீர்வு. $$S(t) = \frac{1}{2}gt^2 + at + b$$

$t = 1, 2, 3, \ldots$, நொடிகள் என்க.

$$S(1) = \frac{1}{2}g(1^2) + a(1) + b = \frac{1}{2}g + a + b$$

$$S(2) = \frac{1}{2}g(2^2) + a(2) + b$$
$$= 2g + 2a + b$$

$\therefore$ வெவ்வேறு t -ன் மதிப்புகளுக்கு வெவவேறு நிழல் உருக்கள் உள்ளன. வீச்சகத்தின் ஒவ்வொரு உறுப்பிற்கும் முன் உருக்கள் உள்ளது. எனவே இது ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பாகும்.

12. **t என்ற சார்பானது செல்சியஸில் (C) உள்ள வெப்பநிலையையும், பாரன்ஹீட்டில் (F) உள்ள வெப்பநிலையையும் இணைக்கும் சார்பாகும். மேலும் அது t(C)= F என வரையறுக்கப்பட்டால் (இங்கு $F = \frac{9}{5}C + 32$) .**

(i) $t(0)$ (ii) $t(28)$ (iii) $t(-10)$

(iv) $t(C) = 212$ ஆக இருக்கும் போது C–ன் மதிப்பு

(v) செல்சியஸ் மதிப்பும் பாரன்ஹீட் மதிப்பும் சமமாக இருக்கும் பொழுது வெப்பநிலை ஆகியவற்றைக் கண்டறிக.

தீர்வு. (i) $t(0) = F$

$$F = \frac{9}{5}(C) + 32 = \frac{9}{5}(0) + 32 = 32°F$$

(ii) $$t(28) = F = \frac{9}{5}(28) + 32 = \frac{252}{5} + 32$$
$$= 50.4 + 32 = 82.4°F$$

(iii) $$t(-10) = F = \frac{9}{5}(-10) + 32 = 14°F$$

(iv) $$t(C) = 212$$

$$\text{i.e } \frac{9}{5}(C) + 32 = 212 \Rightarrow \frac{9}{5}C = 212 - 32 = 180$$

$$\frac{9}{5}C = 180 \Rightarrow C = \frac{\overset{20}{\cancel{180}} \times 5}{\cancel{9}} = 100°C$$
$$C = 100°C.$$

(v) இங்கு $C = F$

$$\Rightarrow \frac{9}{5}C + 32 = C$$

www.surabooks.com

$$32 = C - \frac{9}{5}C$$
$$32 = C\left(1-\frac{9}{5}\right)$$
$$32 = C\left(\frac{5-9}{5}\right)$$
$$32 = C\left(\frac{-4}{5}\right)$$
$$C = \overset{8}{\cancel{32}}\times\frac{-5}{\cancel{4}}$$
$$C = -40°.$$

பயிற்சி 1.5

1. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள f மற்றும் g எனும் சார்புகளை பயன்படுத்தி fog மற்றும் gof –ஐக் காண்க. $fog = gof$ என்பது சரியா சோதிக்க.

(i) $f(x) = x - 6, g(x) = x^2$

(ii) $f(x) = \frac{2}{x}, g(x) = 2x^2 - 1$

(iii) $f(x) = \frac{x+6}{3} g(x) = 3 - x$

(iv) $f(x) = 3 + x, g(x) = x - 4$

(v) $f(x) = 4x^2 - 1, g(x) = 1 + x$

தீர்வு.

(i) $f(x) = x - 6, g(x) = x^2$

$fog(x) = f(g(x)) = f(x^2) = x^2 - 6$ ...(1)

$gof(x) = g(f(x)) = g(x-6) = (x-6)^2$

$= x^2 + 36 - 12x = x^2 - 12x + 36$ ...(2)

$(1) \neq (2)$

$\therefore fog(x) \neq gof(x)$

(ii) $f(x) = \frac{2}{x}, g(x) = 2x^2 - 1$

$fog(x) = f(g(x)) = f(2x^2 - 1)$

$= \frac{2}{2x^2-1}$ ...(1)

$gof(x) = g(f(x)) = g\left(\frac{2}{x}\right) = 2\left(\frac{2}{x}\right)^2 - 1$

$= 2\left(\frac{4}{x^2}\right) - 1 = \frac{8}{x^2} - 1$ ...(2)

$(1) \neq (2)$

$\therefore fog(x) \neq gof(x)$

(iii) $f(x) = \frac{x+6}{3}, g(x) = 3 - x$

$fog(x) = f(g(x)) = f(3-x) = \frac{3-x+6}{3}$

$= \frac{9-x}{3}$ ...(1)

$gof(x) = g(f(x))$

$= g\left(\frac{x+6}{3}\right) = 3 - \frac{x+6}{3}$

$= \frac{9-x-6}{3} = \frac{3-x}{3}$ ...(2)

$(1) \neq (2)$

$fog(x) \neq gof(x)$

(iv) $f(x) = 3 + x, g(x) = x - 4$

$fog(x) = f(g(x)) = f(x-4) = 3 + x - 4$

$= x - 1$ ...(1)

$gof(x) = g(f(x)) = g(3+x) = 3 + x - 4$

$= x - 1$ ...(2)

இங்கு $fog(x) = gof(x)$

(v) $f(x) = 4x^2 - 1, g(x) = 1 + x$

$fog(x) = f(g(x)) = f(1+x) = 4(1+x)^2 - 1$

$= 4(1 + x^2 + 2x) - 1 = 4 + 4x^2 + 8x - 1$

$= 4x^2 + 8x + 3$ ...(1)

$gof(x) = g(f(x)) = g(4x^2 - 1)$

$= 1 + 4x^2 - 1 = 4x^2$ ...(2)

$(1) \neq (2)$

$\therefore fog(x) \neq gof(x)$

2. $fog = gof$ எனில் k –ன் மதிப்பைக் காண்க.

(i) $f(x) = 3x + 2, g(x) = 6x - k$

(ii) $f(x) = 2x - k, g(x) = 4x + 5$

(i) $f(x) = 3x + 2, g(x) = 6x - k$

தீர்வு. (i) $f(x) = 3x + 2, g(x) = 6x - k$

$fog(x) = f(g(x)) = f(6x-k) = 3(6x-k) + 2$

$= 18x - 3k + 2$ ...(1)

$gof(x) = g(f(x)) = g(3x+2) = 6(3x+2) - k$

$= 18x + 12 - k$ ...(2)

$(1) = (2)$

$\Rightarrow \cancel{18x} - 3k + 2 = \cancel{18x} + 12 - k$

$2k = -10$

$k = -5$

(ii) $f(x) = 2x - k, g(x) = 4x + 5$

$$fog(x) = f(g(x)) = f(4x+5) = 2(4x+5) - k$$
$$= 8x + 10 - k \quad ...(1)$$
$$gof(x) = g(f(x)) = g(2x-k) = 4(2x-k) + 5$$
$$= 8x - 4k + 5 \quad ...(2)$$

(1) = (2)

$$\Rightarrow \cancel{8x} + 10 - k = \cancel{8x} - 4k + 5$$
$$3k = -5$$
$$k = \frac{-5}{3}$$

3. **$f(x) = 2x - 1, g(x) = \frac{x+1}{2}$, எனில் $fog = gof = x$ எனக் காட்டுக.**

தீர்வு.

$$f(x) = 2x - 1, g(x) = \frac{x+1}{2},$$
$$fog = gof = x$$
$$fog(x) = f(g(x)) = f\left(\frac{x+1}{2}\right)$$
$$= \cancel{2}\left(\frac{x+1}{\cancel{2}}\right) - 1 = x \quad ...(1)$$
$$gof(x) = g(f(x))$$
$$= g(2x-1) = \frac{2x-1+1}{2}$$
$$= \frac{\cancel{2}x}{\cancel{2}} = x \quad ...(2)$$

(1) = (2)

$$fog = gof = x$$

எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

4. **(i) $f(x) = x^2 - 1$, $g(x) = x - 2$ மற்றும் $gof(a) = 1$ எனில், a –ஐக் காண்க.**

(ii) $f(k) = 2k - 1$ மற்றும் $fof(k) = 5$ எனில், k –ஐக் காண்க.

தீர்வு.

(i) $f(x) = x^2 - 1, g(x) = x - 2$

கொடுக்கப்பட்டது $gof(a) = 1$

$$gof(x) = g(f(x))$$
$$= g(x^2 - 1) = x^2 - 1 - 2$$
$$= x^2 - 3$$
$$gof(a) \Rightarrow a^2 - 3 = 1 \Rightarrow a^2 = 4$$
$$a = \pm 2$$

(ii) $f(k) = 2k - 1$

$$fof(k) = 5$$
$$f(f(k)) = f(2k-1) = 5$$
$$\Rightarrow 2(2k - 1) - 1 = 5$$
$$4k - 2 - 1 = 5 \Rightarrow 4k = 8 \quad \Rightarrow k = 2$$

5. **A,B,C $\subseteq \mathbb{N}$ மற்றும் f : A→ B என்ற சார்பு $f(x) = 2x + 1$ எனவும் மற்றும் g : B → C ஆனது $g(x) = x^2$ எனவும் வரையறுக்கப்பட்டால், fog மற்றும் gof –யின் வீச்சகத்தைக் காண்க.**

தீர்வு.

$$f(x) = 2x + 1$$
$$g(x) = x^2$$
$$fog(x) = f(g(x)) = f(x^2) = 2x^2 + 1$$
$$gof(x) = g(f(x)) = g(2x+1) = (2x+1)^2$$
$$= 4x^2 + 4x + 1$$

fog -யின் வீச்சகம்

$$\{y/y = 2x^2 + 1, x \in \mathbb{N}\}$$

gof -ன் வீச்சகம்

$$\{y/y = (2x+1)^2, x \in \mathbb{N}\}.$$

6. **$f(x) = x^2 - 1$ எனில் (i) $f \circ f$, (ii) $f \circ f \circ f$ –ஐக் காண்க.**

தீர்வு. (i)

$$f(x) = x^2 - 1$$
$$fof(x) = f(f(x)) = f(x^2 - 1)$$
$$= (x^2 - 1)^2 - 1;$$
$$= x^4 - 2x^2 + 1 - 1$$
$$= x^4 - 2x^2$$

(ii)

$$fofof = f \circ f(f(x))$$
$$= f \circ f(x^4 - 2x^2)$$
$$= f(f(x^4 - 2x^2))$$
$$= (x^4 - 2x^2)^2 - 1$$
$$= x^8 - 4x^6 + 4x^4 - 1$$

7. **$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ மற்றும் $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ஆனது முறையே $f(x) = x^5$, $g(x) = x^4$ என வரையறுக்கப்பட்டால் f, g ஆகியவை ஒன்றுக்கு ஒன்றானதா மற்றும் fog ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பாகுமா என ஆராய்க?**

தீர்வு.

$$f(x) = x^5$$
$$g(x) = x^4$$
$$fog = fog(x) = f(g(x)) = f(x^4)$$
$$= (x^4)^5 = x^{20}$$

f ஒன்றுக்கொன்றானது, g ஒன்றுக்கொன்றானது அல்ல

$$\because g(1) = 1^4 = 1$$
$$g(-1) = (-1)^4 = 1$$

வெவ்வேறு உறுப்புகள் ஒரே நிழல் உருக்களை கொண்டிருக்கின்றன.

fog ஒன்றுக்கொன்றானது அல்ல.

$$[\because fog(1) = fog(-1) = 1]$$

www.surabooks.com

8. **கொடுக்கப்பட்ட $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$ ஆகியவற்றைக் கொண்டு $(fog)oh = fo(goh)$ எனக் காட்டுக.**
(i) $f(x) = x - 1$, $g(x) = 3x + 1$ மற்றும் $h(x) = x^2$
(ii) $f(x) = x^2$, $g(x) = 2x$ மற்றும் $h(x) = x + 4$
(iii) $f(x) = x - 4$, $g(x) = x^2$ மற்றும் $h(x) = 3x - 5$

(i) $f(x) = x - 1$, $g(x) = 3x + 1$ and $h(x) = x^2$

தீர்வு.
$f(x) = x - 1$
$g(x) = 3x + 1$
$h(x) = x^2$
$(fog)oh = fo(goh)$
LHS $= (fog)oh$
$fog = f(g(x)) = f(3x + 1)$
$= 3x + 1 - 1 = 3x$
$(fog)oh = (fog)(h(x)) = (fog)(x^2) = 3x^2$ ...(1)
RHS $= fo(goh)$
$goh = g(h(x)) = g(x^2) = 3x^2 + 1$
$fo(goh) = f(3x^2 + 1) = 3x^2 + 1 - 1 = 3x^2$ ...(2)
LHS = RHS
எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது

(ii) $f(x) = x^2$, $g(x) = 2x$, $h(x) = x + 4$
$(fog)oh = fo(goh)$
LHS $= (fog)oh$
$fog = f(g(x)) = f(2x) = (2x)^2 = 4x^2$
$(fog)oh = (fog)\ h(x) = (fog)\ (x + 4)$
$= 4(x + 4)^2 = 4(x^2 + 8x + 16)$
$= 4x^2 + 32x + 64$ ...(1)
RHS $= fo(goh)$
$goh = g(h(x)) = g(x + 4)$
$= 2(x + 4) = (2x + 8)$
$fo(goh) = f(goh) = f(2x + 8) = (2x + 8)^2$
$= 4x^2 + 32x + 64$ ...(2)
(1) = (2)
LHS = RHS
$\therefore (fog)oh = fo(goh)$
எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது

(iii) $f(x) = x - 4$, $g(x) = x^2$, $h(x) = 3x - 5$
$(fog)oh = fo(goh)$
LHS $= (fog)oh$
$fog = f(g(x)) = f(x^2) = x^2 - 4$
$(fog)oh = (fog)(3x - 5) = (3x - 5)^2 - 4$
$= 9x^2 - 30x + 25 - 4$
$= 9x^2 - 30x + 21$ ...(1)
$\therefore$ RHS $= fo(goh)$
$(goh) = g(h(x)) = g(3x - 5) = (3x - 5)^2$
$= 9x^2 - 30x + 25$
$fo(goh) = f(9x^2 - 30x + 25)$
$= 9x^2 - 30x + 25 - 4$
$= 9x^2 - 30x + 21$ ...(2)
(1) = (2)
LHS = RHS
$\therefore (fog)oh = fo(goh)$
எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

9. **$f = \{(-1, 3), (0, -1), (2, -9)\}$ ஆனது $\mathbb{Z}$ –லிருந்து $\mathbb{Z}$ – க்கான ஒரு நேரிய சார்பு எனில், $f(x)$ –ஐக் காண்க.**

தீர்வு. $f = \{(-1, 3), (0, -1), (2, -9)$
$f(x) = (ax) + b$ ...(1)
ஆனது $\mathbb{Z}$ –லிருந்து $\mathbb{Z}$ -க்கான ஒரு நேரிய சார்பு எனில்
$\therefore f(-1) = 3$
$f(0) = -1$
$f(2) = -9$
$f(x) = ax + b$
$f(-1) = -a + b = 3$
$f(0) = b = -1$
$-a - 1 = 3$ [$\because b = -1$ என 2 ல் பிரதியிட]
$-a = 4$
$a = -4$
$\therefore\ f(x) = -4x - 1$ [(1) லிருந்து]

10. **ஒரு மின்சுற்றுக் கோட்பாட்டின்படி, $C(t)$ என்ற நேரிய சுற்று, $C(at_1 + bt_1) = aC(t_1) + bC(t_2)$ –ஐ பூர்த்தி செய்கிறது. மேலும் இங்கு a, b ஆகியவை மாறிலிகள் எனில், $C(t) = 3t$ ஆனது ஒரு நேரிய சுற்று எனக் காட்டுக.**

தீர்வு. கொடுக்கப்பட்டது $C(t) = 3t$.
$C(at_1) = 3a(t_1)$
$C(bt_2) = 3b(t_2)$
$C(at_1 + bt_2) = 3[at_1 + bt_2] = 3at_1 + 3bt_2$
$= a(3t_1) + b(3t_2) = a[C(t_1) + b(Ct_2)]$
$\therefore$ மின்சுற்றுக் கோட்பாட்டின்படி ஒரு நேரிய சுற்று பூர்த்தியடைகிறது.
$C(t) = 3t$ ஆனது ஒரு நேரிய சுற்று ஆகும்.

www.surabooks.com

பயிற்சி 1.6

பலவுள் தெரிவு வினாக்கள்.

1. **$n(A\times B) = 6$ மற்றும் $A = \{1, 3\}$ எனில், $n(B)$ ஆனது**

(1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 6

[விடை. (3) 3]

குறிப்பு : If $n(A\times B) = 6$ எனில்,

$A = \{1, 1\}, n(A) = 2$

$n(B) = 3$

2. **$A=\{a, b, p\}$, $B = \{2, 3\}$, $C = \{p, q, r, s\}$ எனில், $n[(A\cup C)\times B]$ ஆனது**

(1) 8 (2) 20 (3) 12 (4) 16

[விடை. (3) 12]

குறிப்பு : $A = \{a, b, p\}, B = \{2, 3\},$

$C = \{p, q, r, s\}$

$n\,(A\cup C)\times B$

$A\cup C = \{a, b, p, q, r, s\}$

$(A\cup C)\times B = \{(a,2),(a,3),(b,2),(b,3),(p,2),(p,3),(q,2),(q,3),(r,2),(r,3),(s,2),(s,3)\}$

$n\,[(A\cup C)\times B] = 12$

3. **$A = \{1, 2\}$, $B = \{1, 2, 3, 4\}$, $C = \{5, 6\}$ மற்றும் $D=\{5,6,7,8\}$ எனில் கீழே கொடுக்கப்பட்டவைகளில் எது சரியான கூற்று?**

(1) $(A\times C)\subset(B\times D)$

(2) $(B\times D)\subset(A\times C)$

(3) $(A\times B)\subset(A\times D)$

(4) $(D\times A)\subset(B\times A)$

[விடை. (1) $(A\times C)\subset(B\times D)$]

குறிப்பு : $A = \{1, 2\}, B = \{1, 2, 3, 4\},$

$C = \{5, 6\}, D = \{5, 6, 7, 8\}$

$A\times C = \{(1, 5), (1, 6), (2, 5), (2, 6)\}$

$B\times D = \{(1,5),(1,6),(1,7),(1,8),(2,5),(2,6),(2, 7), (2, 8), (3, 5), (3, 6), (3, 7), (3, 8)\}$

$\therefore (A\times C)\subset B\times D$ என்பது சரி.

4. **$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ –லிருந்து B என்ற கணத்திற்கு 1024 உறவுகள் உள்ளது எனில் B –ல் உள்ள உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை**

(1) 3 (2) 2 (3) 4 (4) 8

[விடை. (2) 2]

குறிப்பு :

$n(A) = 5$

$n(B) = x$

$n(A\times B) = 1024 = 2^{10}$

$2^{5x} = 2^{10}$

$\Rightarrow 5x = 10$

$\Rightarrow x = 2$

5. **$R= \{(x, x^2)\ |x$ ஆனது 13 –ஐ விடக் குறைவான பகா எண்கள்$\}$ என்ற உறவின் வீச்சகமானது**

(1) $\{2,3,5,7\}$ (2) $\{2,3,5,7,11\}$

(3) $\{4,9,25,49,121\}$ (4) $\{1,4,9,25,49,121\}$

[விடை. (3) $\{4, 9, 25, 49, 121\}$]

குறிப்பு :

$R = \{(x, x^2)/x$ ஓர் பகா எண் $<13\}$

2, 3, 5, 7, 11 என்ற எண்களின் வர்க்கம்

$\{4, 9, 25, 49, 121\}$

6. **$(a+2,4)$ மற்றும் $(5, 2a + b)$ ஆகிய வரிசைச் சோடிகள் சமம் எனில், (a,b) என்பது**

(1) $(2, -2)$ (2) $(5,1)$

(3) $(2,3)$ (4) $(3, -2)$

[விடை. (4) $(3, -2)$]

குறிப்பு : $(a + 2, 4), (5, 2a + b)$

$a + 2 = 5$

$a = 3$

$2a + b = 4$

$6 + b = 4$

$b = -2$

7. **$n(A) = m$ மற்றும் $n(B) = n$ என்க. A–லிருந்து B–க்கு வரையறுக்கப்பட்ட வெற்று கணமில்லாத உறவுகளின் மொத்த எண்ணிக்கை.**

(1) m^n (2) n^m (3) $2^{mn}-1$ (4) 2^{mn}

[விடை. (4) 2^{mn}]

குறிப்பு :

$n(A) = m,$

$n(B) = n$

$n(A\times B) = 2^{mn}$

8. **$\{(a,8),(6,b)\}$ ஆனது ஒரு சமனிச் சார்பு எனில் a மற்றும் b மதிப்புகளாவன முறையே**

(1) $(8,6)$ (2) $(8,8)$ (3) $(6,8)$ (4) $(6,6)$

[விடை. (1) $(8,6)$]

குறிப்பு : $\{(a, 8), (6, b)\}$

$a = 8$

$b = 6$

www.surabooks.com

9. A = {1,2,3,4} B = {4,8,9,10} என்க. சார்பு f : A→ B ஆனது f = {(1, 4),(2, 8),(3, 9),(4, 10)} எனக் கொடுக்கப்பட்டால் f –என்பது

(1) பலவற்றிலிருந்து ஒன்றுக்கான சார்பு

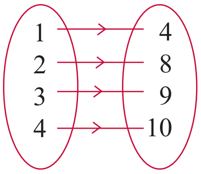
(2) சமனிச் சார்பு

(3) ஒன்றுக்கொன்றான சார்பு

(4) உட்சார்பு

[விடை. (3) ஒன்றுக்கொன்றான சார்பு]

குறிப்பு : A = {1, 2, 3, 4), B = {4, 8, 9, 10}



10. $f(x) = 2x^2$ மற்றும் $g(x) = \dfrac{1}{3x}$, எனில் fog ஆனது

(1) $\dfrac{3}{2x^2}$ (2) $\dfrac{2}{3x^2}$ (3) $\dfrac{2}{9x^2}$ (4) $\dfrac{1}{6x^2}$

[விடை. (3) $\dfrac{2}{9x^2}$]

குறிப்பு :

$$f(x) = 2x^2$$
$$g(x) = \frac{1}{3x}$$
$$fog = f(g(x)) = f\left(\frac{1}{3x}\right) = 2\left(\frac{1}{3x}\right)^2$$
$$= 2 \times \frac{1}{9x^2} = \frac{2}{9x^2}$$

11. f : A → B ஆனது இருபுறச் சார்பு மற்றும் n(B) = 7 எனில், n(A) ஆனது

(1) 7 (2) 49 (3) 1 (4) 14

[விடை. (1) 7]

குறிப்பு : ஒரு இருபுறச் சார்புக்கு, $n(A) = n(B)$

$\Rightarrow$ $n(A) = 7$

12. f மற்றும் g என்ற இரண்டு சார்புகளும் f = {(0, 1), (2, 0), (3, –4), (4, 2), (5, 7)} g = {(0, 2),(1, 0), (2, 4), (–4, 2), (7,0)} எனக் கொடுக்கப்பட்டால் fog –ன் வீச்சகமானது

(1) {0,2,3,4,5} (2) {–4,1,0,2,7}

(3) {1,2,3,4,5} (4) {0,1,2}

[விடை. (4) {0, 1, 2}]

குறிப்பு :

$gof = g(f(x))$

$fog = f(g(x))$

= {(0, 2),(1, 0),(2, 4),(–4, 2),(7,0)}

fog -ன் வீச்சகம் = {0, 1, 2}

13. $f(x) = \sqrt{1+x^2}$ எனில்

(1) $f(xy) = f(x).f(y)$ (2) $f(xy) \geq f(x).f(y)$

(3) $f(xy) \leq f(x).f(y)$ (4) இவற்றில் ஏதுமில்லை

[விடை. (3) $f(xy) \leq f(x).f(y)$]

குறிப்பு : $\because \sqrt{1+x^2y^2} \leq \sqrt{(1+x^2)}\sqrt{(1+y^2)}$

$\Rightarrow f(xy) \leq f(x) . f(y)$

14. g = {(1, 1),(2, 3),(3, 5),(4, 7)} என்ற சார்பானது $g(x) = \alpha x + \beta$ எனக் கொடுக்கப்பட்டால் α and β –வின் மதிப்பானது

(1) (–1, 2) (2) (2, –1)

(3) (–1, –2) (4) (1,2)

[விடை. (2) (2, –1)]

குறிப்பு :

$$g(x) = \alpha x + \beta$$
$$\alpha = 2$$
$$\beta = -1$$
$$g(x) = 2x - 1$$
$$g(1) = 2(1) - 1 = 1$$
$$g(2) = 2(2) - 1 = 3$$
$$g(3) = 2(3) - 1 = 5$$
$$g(4) = 2(4) - 1 = 7$$

15. $f(x) = (x + 1)^3 - (x - 1)^3$ குறிப்பிடும் சார்பானது

(1) நேரிய சார்பு (2) ஒரு கனச் சார்பு

(3) தலைகீழ்ச் சார்பு (4) இருபடிச் சார்பு

[விடை. (4) இருபடிச் சார்பு]

குறிப்பு : $f(x) = (x + 1)^3 - (x - 1)^3$

$= x^3 + 3x^2 + 3x + 1 - [x^3 - 3x^2 + 3x - 1]$

$= \cancel{x^3} + 3x^2 + \cancel{3x} + 1 - \cancel{x^3} + 3x^2 - \cancel{3x} + 1 = 6x^2 + 2$

இது ஒரு இருபடிச் சமன்பாடு

அலகுப் பயிற்சி - 1

1. $(x^2 - 3x, y^2 + 4y)$ மற்றும் (–2,5) ஆகிய வரிசைச் சோடிகள் சமம் எனில் x மற்றும் y –ஐக் காண்க.

தீர்வு. $(x^2 - 3x, y^2 + 4y) = (-2, 5)$

$$x^2 - 3x = -2$$
$$x^2 - 3x + 2 = 0$$
$$(x - 2)(x - 1) = 0$$
$$x = 2, 1$$
$$y^2 + 4y = 5$$
$$y^2 + 4y - 5 = 0$$
$$(y + 5)(y - 1) = 0$$
$$y = -5, 1$$

2
–2 –1

–5
+5 –1

www.surabooks.com

2. **A×A கார்டீசியன் பெருக்கல்பலனின், 9 உறுப்புகளில், உறுப்புகள் (–1, 0) மற்றும் (0,1) –யும் இருக்கிறது எனில், A –யில் உள்ள உறுப்புகளைக் காண்க. மற்றும் A×A–ன் மீதமுள்ள உறுப்புகளைக் காண்க.**

தீர்வு.

$A = \{-1, 0, 1\}, B = \{1, 0, -1\}$

$A \times B = \{(-1,1), (-1,0), (-1,-1), (0, 1), (0, 0), (0, -1), (1, 1), (1, 0), (1, -1)\}$

3. $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-1} & x \geq 1 \\ 4 & x < 1 \end{cases}$ **எனக் கொடுக்கப்பட்டால்,**

(i) $f(0)$ (ii) $f(3)$

(iii) $f(a+1)$ ($a > 0$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது) ஆகியவற்றைக் காண்க.

தீர்வு.

(i) $f(0) = 4$

(ii) $f(3) = \sqrt{3-1} = \sqrt{2}$

(iii) $f(a+1) = \sqrt{a+1-1} = \sqrt{a}$

4. **A = {9,10,11,12,13,14,15,16,17} என்க. மற்றும் f : A→ N ஆனது $f(n)$= n –ன் அதிகபட்சப் பகா காரணி ($n \in$ A) என வரையறுக்கப்பட்டால். f –ன் வரிசைச் சோடிகளின் கணத்தை எழுதுக மற்றும் f –ன் வீச்சகத்தைக் காண்க.**

தீர்வு.

$A = \{9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17\}$

$f : A \rightarrow \mathbb{N}$

$f(n) = n \in A$ ன் அதிகபட்ச பகா காரணி

$f = \{(9, 3), (10, 5), (11, 11), (12, 3), (13, 13), (14, 7), (15, 5), (16, 2), (17, 17)\}$

வீச்சகம் $= \{3, 5, 11, 13, 7, 2, 17\}$

$= \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17\}$

5. $f(x) = \sqrt{1+\sqrt{1-\sqrt{1-x^2}}}$ **என்ற சார்பின் மதிப்பகத்தைக் காண்க.**

தீர்வு.

$f(x) = \sqrt{1+\sqrt{1-\sqrt{1-x^2}}}$

$f(x)$ ன் மதிப்பகம் $= \{-1, 0, 1\}$

($x^2 = 1, -1, 0$, எனில் $\sqrt{1-x^2}$ மிகை எண் அல்லது 0 ஆகும்).

6. **$f(x) = x^2$, $g(x) = 3x$ மற்றும் $h(x) = x - 2$ எனில். $(fog)oh = fo(goh)$ என நிறுவுக.**

தீர்வு.

$f(x) = x^2$

$g(x) = 3x$

$h(x) = x - 2$

$(fog)oh = x - 2$

LHS $= fo(goh)$

$fog = f(g(x)) = f(3x) = (3x)^2 = 9x^2$

$(fog)oh = (fog)\, h(x) = (fog)\,(x-2)$

$= 9(x-2)^2 = 9(x^2 - 4x + 4)$

$= 9x^2 - 36x + 36$ (1)

RHS $= fo(goh)$

$(goh) = g(h(x)) = g(x-2)$

$= 3(x-2) = 3x - 6$

$fo(goh) = f(3x-6) = (3x-6)^2$

$= 9x^2 - 36x + 36$ (2)

(1) = (2)

LHS = RHS

$(fog)oh = fo(goh)$ எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

7. **A = {1, 2}, B = {1, 2, 3, 4} , C ={5, 6} மற்றும் D = {5, 6, 7, 8} எனில், A×C ஆனது B×D உட்கணமா எனச் சரிபார்க்க?**

தீர்வு.

$A = \{1, 2), B = \{1, 2, 3, 4\}$

$C = \{5, 6\}, D = \{5, 6, 7, 8\}$

$A \times C = \{(1, 5), (1, 6), (2, 5), (2, 6)\}$

$B \times D = \{(1, 5), (1, 6), (1, 7), (1, 8), (2, 5), (2, 6), (2, 7), (2, 8), (3, 5), (3, 6), (3, 7), (3, 8), (4, 5), (4, 6), (4, 7), (4, 8)\}$

$(A \times C) \subset (B \times D)$

எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

8. $f(x) = \dfrac{x-1}{x+1}$ **, $x \neq -1$ என்க. $x \neq 0$ எனில், $f(f(x)) = -\dfrac{1}{x}$, எனக் காட்டுக.**

தீர்வு.

$f(x) = \dfrac{x-1}{x+1}, x \neq 1$

$f(f(x)) = f\left(\dfrac{x-1}{x+1}\right) = \dfrac{\left(\dfrac{x-1}{x+1}\right)-1}{\left(\dfrac{x-1}{x+1}\right)+1}$

www.surabooks.com

$$= \frac{\frac{x-1-x-1}{(x+1)}}{\frac{x-1+x+1}{(x+1)}} = \frac{-2}{2x} = \frac{-1}{x}$$

எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

9. சார்பு f மற்றும் g ஆகியவை $f(x) = 6x + 8$; $g(x) = \frac{x-2}{3}$ எனில்,

(i) $gg\left(\frac{1}{2}\right)$ –யின் மதிப்பைக் காண்க.

(ii) $gf(x)$ –ஐ வடிவில் எழுதுக.

தீர்வு.
$$f(x) = 6x + 8$$
$$g(x) = \frac{x-2}{3}$$

(i)
$$gg(x) = g(g(x))$$
$$= g\left(\frac{x-2}{3}\right) = \frac{\frac{x-2}{3}-2}{3}$$
$$= \frac{x-2-6}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{x-8}{9}$$
$$gog\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\frac{1}{2}-8}{9} = \frac{1-16}{2} \times \frac{1}{9}$$
$$= \frac{-15}{18} = \frac{-5}{6}$$

(ii)
$$gof(x) = g(f(x)) = g(6x+8)$$
$$= \frac{6x+8-2}{3} = \frac{6x+6}{3}$$
$$= \frac{3(2x+2)}{3}$$
$$= 2x + 2 = 2(x+1)$$

10. பின்வருவனவற்றின் மதிப்பகங்களை எழுதுக.

(i) $f(x) = \frac{2x+1}{x-9}$ (ii) $p(x) = \frac{-5}{4x^2+1}$

(iii) $g(x) = \sqrt{x-2}$ (iv) $h(x) = x + 6$

தீர்வு. (i) $f(x) = \frac{2x+1}{x-9}$

∴ பகுதி பூச்சியமாக இருக்கக் கூடாது. ஏனெனில் இது மெய்யெண் சார்பு.

∴ மதிப்பகம் $= R - \{9\}$

(ii) $p(x) = \frac{-5}{4x^2+1}$

மதிப்பகம் R.

(iii) $g(x) = \sqrt{x-2}$

மதிப்பகம் $= [2, \infty)$

(iv) $h(x) = x + 6$

மதிப்பகம் R.

கூடுதல் வினாக்கள்

1. A = {1, 2, 3, 4}, B = { –1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12}, R = {(1, 3), (2, 6), (3, 10), (4, 9)} $\subseteq$ A × B என்பது ஓர் உறவு என்க. இந்த சார்பின் மதிப்பகம், துணை மதிப்பகம், வீச்சகம் இவற்றைக் காண்.

தீர்வு. Rன் மதிப்பகம் = {1, 2, 3, 4}

R ன் துணை மதிப்பகம் = B = {–1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 10,11, 12}

R ன் வீச்சகம் = {3, 6, 10, 9}

2. A = {0, 1, 2, 3}, B = {1, 3, 5, 7, 9} மற்றும் சார்பு f: A → B என்ற சார்பானது, $f(x) = 2x + 1$ என வரையறுக்கப்படுகிறது. இதனை (i) வரிசைச் சோடி கணம் (ii) அட்டவணை (iii) அம்புக்குறிபடம் (iv) வரைபட முறையில் குறிக்க.

தீர்வு. A = {0, 1, 2, 3}, B = {1, 3, 5, 7, 9}

$$f(x) = 2x + 1$$
$$f(0) = 2(0) + 1 = 1$$
$$f(1) = 2(1) + 1 = 3$$
$$f(2) = 2(2) + 1 = 5$$
$$f(3) = 2(3) + 1 = 7$$

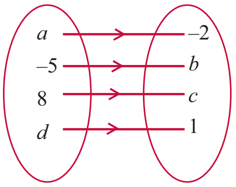
(i) வரிசைச் சோடி கணம்.

f = {(0, 1), (1, 3), (2, 5), (3, 7)}

(ii) அட்டவணை.

x	0	1	2	3
$f(x)$	1	3	5	7

(iii) அம்புக்குறி படம்

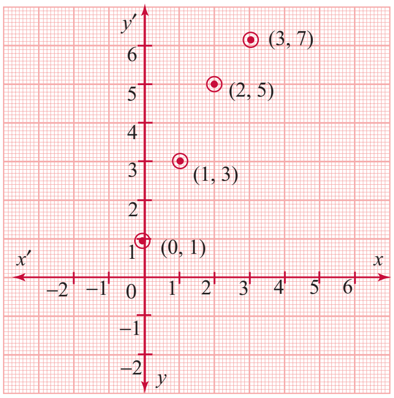


(iv) வரைபடம்

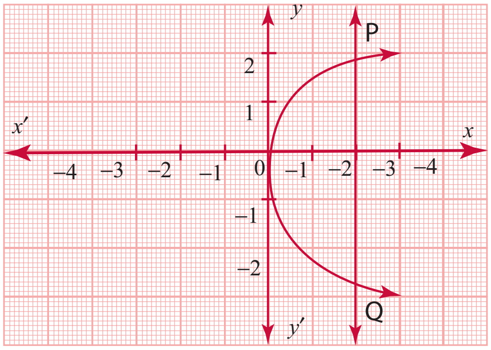
f = {(x, $f(x)$/x ∈ A}

= {(0, 1), (1, 3), (2, 5), (3, 7)}

www.surabooks.com



3.

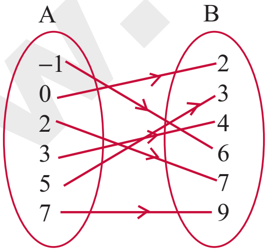


குத்துக் கோடு சோதனையைப் பயன்படுத்தி மேற்கண்ட வரைபடம் ஓர் சார்பினைக் குறிக்குமா எனக் காண்க. உன் விடைக்கு காரணம் கூறு?

தீர்வு. சார்பு அல்ல. குத்துக்கோடு வளைவரையை இரு புள்ளிகளில் சந்திக்கிறது.

4. f = {(2, 7), (3, 4), (7, 9), (–1, 6), (0, 2), (5, 3)} **மேலும்** A = {–1, 0, 2, 3, 5, 7} **லிருந்து** B = {2, 3, 4, 6, 7, 9} **க்கான சார்பு எனில், எனக் கொடுக்கப்பட்டிருந்தால்** f **ஆனது எவ்வகைச் சார்பு எனக் காண்க.**

தீர்வு.



A-யின் வெவ்வேறான உறுப்புகள் வெவ்வேறு நிழல் உறுப்புகளை கொண்டுள்ளன. B-ன் ஒவ்வொரு உறுப்புக்கும் முன் உரு உள்ளது.

∴ இது ஒரு ஒன்றுக்கொன்றான மேல் சார்பு ஆகும்.

5. **சார்பு** f: [–7, 6) → R **கீழ்க்கண்டவாறு வரையறுக்கப்பட்டுள்ளது.**

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x + 1 & -7 \le x < -5 \\ x + 5 & -5 \le x \le 2 \\ x - 1 & 2 < x < 6 \end{cases}$$

பின்வருவனவற்றைக் காண்.

(i) $2f(-4) + 3f(2)$ **(ii)** $f(-7) - f(-3)$

தீர்வு.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x + 1 : -7 \le x < -5 \\ x + 5 \quad : -5 \le x < -2 \\ x - 1 \quad : 2 < x < 6 \end{cases}$$

(i) $2f(-4) + 3f(2)$

$$\begin{aligned} f(-4) &= x + 5 = -4 + 5 = 1 \\ 2f(-4) &= 2 \times 1 = 2 \\ f(2) &= x + 5 = 2 + 5 = 7 \\ 3f(2) &= 3(7) = 21 \\ \therefore 2f(-4) + 3f(2) &= 2 + 21 = 23 \end{aligned}$$

(ii)
$$\begin{aligned} f(-7) &= x^2 + 2x + 1 \\ &= (-7)^2 + 2(-7) + 1 \\ &= 49 - 14 + 1 = 36 \\ f(3) &= x + 5 = -3 + 5 = 2 \\ f(-7) - f(-3) &= 36 - 2 = 34 \end{aligned}$$

6. $f(x) = (1 + x)$,

$g(x) = (2x - 1)$

எனில் $fo(g(x)) \ne gof(x)$ **என நிரூபி.**

தீர்வு.

$$\begin{aligned} f(x) &= 1 + x \\ g(x) &= (2x - 1) \\ fog(x) &= f(g(x)) = f(2x - 1) \\ &= 1 + 2x - 1 = 2x \quad \text{...(1)} \\ gof(x) &= g(f(x)) = g(1 + x) = 2(1 + x) - 1 \\ &= 2 + 2x - 1 \\ &= 2x + 1 \quad \text{...(2)} \\ (1) &\ne (2) \end{aligned}$$

∴ $fog(x) \ne gof(x)$ எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது

7. A = {1, 2, 3, 4, 5}, B = ℕ **மற்றும்** f : A → B **ஆனது** $f(x) = x^2$ **என வரையறுக்கப்படுகிறது.** f **–ன் வீச்சகத்தை காண். மேலும்** f **வகையைக் காண்.**

$$\begin{aligned} A &= \{1, 2, 3, 4, 5\} \\ B &= \{1, 2, 3, 4, \ldots\} \\ f: A \to B, f(x) &= x^2 \\ \therefore f(1) &= 1^2 = 1 \\ f(2) &= 2^2 = 4 \end{aligned}$$

www.surabooks.com

$$f(3) = 3^2 = 9$$
$$f(4) = 4^2 = 16$$
$$f(5) = 5^2 = 25$$
$$\therefore f\text{-ன் வீச்சகம்} = \{1, 4, 9, 16, 25\}$$

வெவ்வேறான உறுப்புகள் வெவ்வேறு நிழல் உருக்களோடு தொடர்புபடுத்தப்பட்டுள்ளதால் இது ஒன்றுக்கு ஒன்றான சார்பு ஆகும். மேலும் $3 \in B$ இருப்பினும் $f(x) = x^2 = 3$ என்பதற்கிணங்க எந்த ஒரு உறுப்பும் $x \in A$-ல் இல்லாததால், இது மேல் சார்பு அல்ல.

8. சார்பு $f : [1, 6) \rightarrow R$ ஆனது பின்வருமாறு வரையறுக்கப்படுகிறது.

$$f(x) = \begin{cases} 1+x, & 1 \le x < 2 \\ 2x-1, & 2 \le x < 4 \\ 3x^2 - 10, & 4 \le x < 6 \end{cases} = x \in \mathbb{R} : 1 \le x < 6)$$

எனில் பின்வருவனவற்றின் மதிப்பை காண்

(i) $f(5)$, (ii) $f(3)$, (iii) $f(2) - f(4)$.

தீர்வு.

$$f(x) = \begin{cases} 1+x & : 1 \le x < 2 \\ 2x-1 & : 2 \le x < 4 \\ 3x^2 - 10 & : 4 \le x < 6 \end{cases}$$

கொடுக்கப்பட்டுள்ள சார்பு.

(i) $f(5) = 3x^2 - 10$
$= 3(5^2) - 10 = 75 - 10 = 65$

(ii) $f(3) = 2x - 1$
$= 2(3) - 1 = 6 - 1 = 5$

(iii) $f(2) - f(4)$
$f(2) = 2x - 1$
$= 2(2) - 1 = 3$
$f(4) = 3x^2 - 10$
$= 3(4^2) - 10 = 38$
$\therefore f(2) - f(4) = 3 - 38 = -35$

9. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள அட்டவணையிலிருந்து $A = \{5, 6, 8, 10\}$ –லிருந்து $B = \{19, 15, 9, 11\}$ -க்கு $f(x) = 2x - 1$ என்றவாறு அமைந்த ஒரு சார்பு எனில் a, b மதிப்புகளைக் காண்க.

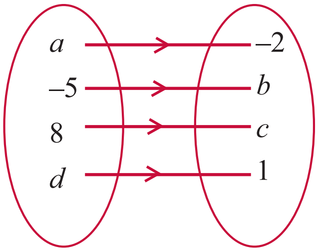
x	5	6	8	10
$f(x)$	a	11	b	19

$A = \{5, 6, 8, 10\}, B = \{19, 15, 9, 11\}$
$f(x) = 2x - 1$
$f(5) = 2(5) - 1 = 9$
$f(8) = 2(8) - 1 = 15$
$\therefore a = 9, b = 15$

10. If $R = \{(a, -2), (-5, b), (8, c), (d, -1)\}$ என்பது சமனி சார்பை குறிக்கு மெனில் a, b, c மற்றும் d ஆகியவற்றின் மதிப்புகளைக் காண்.

தீர்வு.

$R = \{(a, -2), (-5, b), (8, c), (d, -1)\}$
$a = -2, b = -5, c = 8, d = -1.$



www.surabooks.com

அலகுத் தேர்வு

நேரம் : 45 நிமிடங்கள் **மதிப்பெண்கள் : 25**

பகுதி - அ $5 \times 1 = 5$

1. R = $\{(x, x^2) \mid x$ ஆனது 13 –ஐ விடக்குறைவான பகா எண்கள்$\}$ என்ற உறவின் வீச்சகமானது

(1) $\{2,3,5,7\}$ (2) $\{2,3,5,7,11\}$ (3) $\{4,9,25,49,121\}$ (4) $\{1,4,9,25,49,121\}$

2. $A=\{a, b, p\}$, $B = \{2, 3\}$, $C = \{p, q, r, s\}$ எனில் $n[(A\cup C) \times B]$ ஆனது.

(1) 8 (2) 20 (3) 12 (4) 16

3. $A = \{1,2,3,4\}$, $B = \{4,8,9,10\}$என்க. சார்பு $f : A \to B$ ஆனது $f = \{(1, 4),(2, 8),(3, 9),(4, 10)\}$ எனக் கொடுக்கப்பட்டால் f என்பது

(1) பலவற்றிலிருந்து ஒன்றுக்கான சார்பு

(2) சமனிச் சார்பு

(3) ஒன்றுக்கொன்றான சார்பு

(4) உட்சார்பு

4. $g = \{(1, 1),(2, 3),(3, 5),(4, 7)\}$ என்ற சார்பானது $g(x) = \alpha x + \beta$ எனக் கொடுக்கப்பட்டால் α மற்றும் β –வின் மதிப்பானது

(1) $(-1, 2)$ (2) $(2, -1)$ (3) $(-1, -2)$ (4) $(1,2)$

5. $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ –லிருந்து B என்ற கணத்திற்கு 1024 உறவுகள் உள்ளது எனில் B –ல் உள்ள உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை

(1) 3 (2) 2 (3) 4 (4) 8

பகுதி - ஆ $5 \times 2 = 10$

1. $A=\{1, 2, 3, 4,...,45\}$ மற்றும் R என்ற உறவு "A – யின் மீது ஓர் எண்ணின் வர்க்கம்" என வரையறுக்கப்பட்டால். $\mathbb{R}$–ஐ $A \times A$ –யின் உட்கணமாக எழுதுக. $\mathbb{R}$ –க்கான மதிப்பகத்தையும், வீச்சகத்தையும் காண்க..

2. $f = \{(x, y)|x, y \in \mathbb{N}$ மற்றும் $y = 2x\}$ ஆனது $\mathbb{N}$–ன் மீதான ஓர் உறவு என்க. மதிப்பகம், துணை மதிப்பகம் மற்றும் வீச்சகத்தைக் காண்க. இந்த உறவு சார்பாகுமா?

3. f என்ற சார்பு $f(x) = 3 - 2x$ என வரையறுக்கப்படுகிறது. $f(x^2)= (f(x))^2$ எனில் x –ஐக் காண்க.

4. $A,B,C \subseteq \mathbb{N}$ மற்றும் $f : A\to B$ என்ற சார்பு $f(x) = 2x + 1$ எனவும் மற்றும் $g : B \to C$ ஆனது $g(x) = x^2$ எனவும் வரையறுக்கப்பட்டால், fog மற்றும் gof –யின் வீச்சகத்தைக் காண்க.

5. $A = \{-1, 1\}$மற்றும் $B =\{0, 2\}$ என்க. மேலும் $f : A \to B$ ஆனது $f(x) = ax + b$ மற்றும் $f(-1) = 0, f(1) = 2$ என வரையறுக்கப்பட்ட மேல் சார்பு எனில், a மற்றும் b –ஐக் காண்க.

பகுதி - இ $2 \times 5 = 10$

6. $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ என்ற சார்பு $f(x) = 2x - 1$ என வரையறுக்கப்பட்டால் அது ஒன்றுக்கு ஒன்றான ஆனால் மேல்சார்பு இல்லை எனக் காட்டுக.

7. $f=\{(1, 2),(2, 2),(3, 2), (4,3), (5,4)\}$ என்ற சார்பினை

(i) அம்புகுறி படம் (ii) அட்டவணை (iii) வரைபடம் மூலமாகக் குறிக்கவும்

www.surabooks.com

விடைகள்

பகுதி - அ

1. (3) $\{4,9,25,49,121\}$
2. (3) 12
3. (3) ஒன்றுக்கொன்றான சார்பு
4. (2) $(2, -1)$
5. (3) $\{4,9,25,49,121\}$

பகுதி - ஆ

1. பார்க்க: பயிற்சி எண் 1.2; கேள்வி எண்.2
2. பார்க்க: பயிற்சி எண் 1.3; கேள்வி எண்.1
3. பார்க்க: பயிற்சி எண் 1.3; கேள்வி எண்.8
4. பார்க்க: பயிற்சி எண் 1.5; கேள்வி எண்.5
5. பார்க்க: பயிற்சி எண் 1.4; கேள்வி எண்.8

பகுதி - இ

1. பார்க்க: பயிற்சி எண் 1.4; கேள்வி எண்.4
2. பார்க்க: பயிற்சி எண் 1.4; கேள்வி எண்.3

www.surabooks.com